Wprowadzenie do obliczeń w programie Mathcad

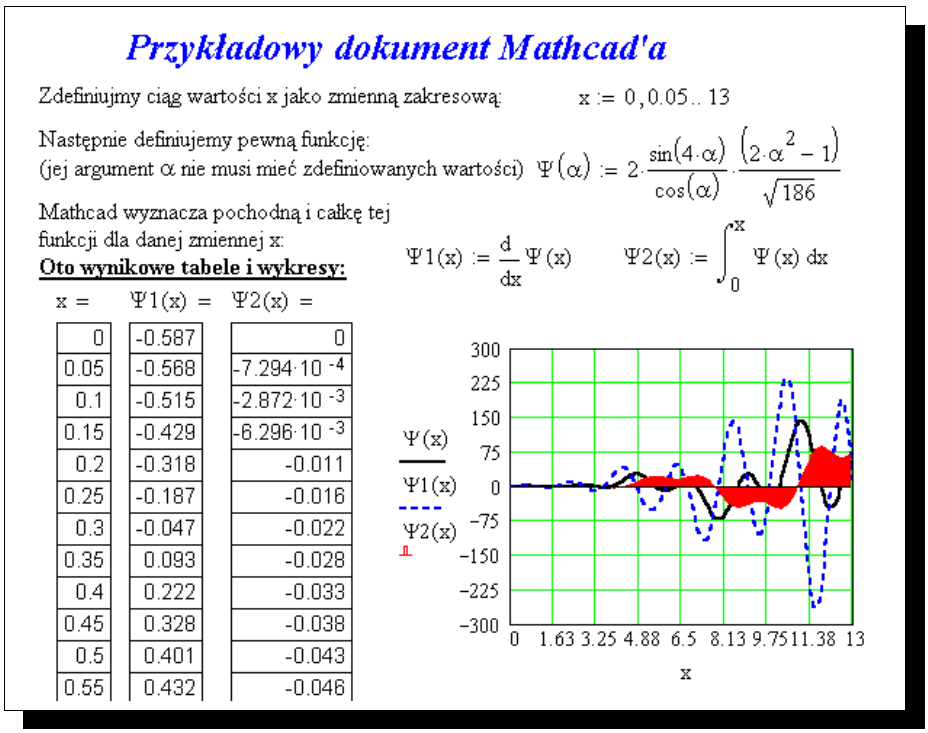
1. Ogólna charakterystyka Mathcad'a

MathCAD to uniwersalny program do obliczeń matematycznych - o bardzo dużych możliwościach a zarazem łatwy do opanowania, nie wymagający nauki języka programowania a więc idealny dla inżyniera. Począwszy od roku 1986 kolejne wersje MathCAD'a rozwija firma MathSoft Inc.(www.mathsoft.com, www.mathcad.com)

W Polsce dystrybucją MathCAD'a a także obszernej literatury dotyczącej jego wykorzystywania zajmuje się m.in. krakowska firma GAMBIT (www.gambit.krakow.pl).

Najnowsze wersje Mathcad'a zajmują sporo miejsca na dysku (wersja 2001 zajmuje 113 MB) ale można też z powodzeniem korzystać ze starszych wersji podobnie bogatych pod względem matematycznym a zajmujących znacznie mniej miejsca na dysku.

Zakupienie Mathcad'a jest jednak sporym wydatkiem przekraczającym raczej możliwości przeciętnego studenta. Nie zachęcam też do kupowania tanich kopii „pirackich". Na szczęście do celów edukacyjnych istnieją wersje demo w pełni funkcjonalne lecz bez możliwości zapisywania dokumentów do pliku a mianowicie Mathcad Explorer wersja 7 oraz 8. Odsyłacze do tych wersji a także materiały dydaktyczne i opisy ćwiczeń z Mathcad'a znajdują się na serwerze Zakładu Konstrukcji i Eksploatacji Maszyn WIMiR AGH: http://adam.imir.agh.edu.pl w dziale „Nauczanie"



Przykładowy dokument Mathcad'a

Zdefiniujmy ciąg wartości x jako zmienną zakresową: $x := 0, 0.05 .. 13$

Następnie definiujemy pewną funkcję:
(jej argument α nie musi mieć zdefiniowanych wartości) $\Psi(\alpha) := 2 \cdot \frac{\sin(4 \cdot \alpha)}{\cos(\alpha)} \cdot \frac{(2 \cdot \alpha^2 - 1)}{\sqrt{186}}$

Mathcad wyznacza pochodną i całkę tej funkcji dla danej zmiennej x:

$\Psi 1(x) := \frac{d}{dx} \Psi(x)$ $\Psi 2(x) := \int_0^x \Psi(x)\, dx$

Oto wynikowe tabele i wykresy:

x =	Ψ1(x) =	Ψ2(x) =
0	-0.587	0
0.05	-0.568	$-7.294 \cdot 10^{-4}$
0.1	-0.515	$-2.872 \cdot 10^{-3}$
0.15	-0.429	$-6.296 \cdot 10^{-3}$
0.2	-0.318	-0.011
0.25	-0.187	-0.016
0.3	-0.047	-0.022
0.35	0.093	-0.028
0.4	0.222	-0.033
0.45	0.328	-0.038
0.5	0.401	-0.043
0.55	0.432	-0.046

Rys. 1. Przykładowy dokument-program utworzony w Mathcadzie

Dokumenty MathCAD'a – mają elegancką postać publikacji z tekstami, obrazkami i wszelkimi symbolami stosowanymi przez matematyków – co przykładowo pokazuje rys.1 -

ale zarazem są programami wykonującymi obliczenia i generującymi wykresy. Bogaty zakres operatorów i funkcji pozwala rozwiązywać równania i nierówności, algebraiczne i różniczkowe (liniowe i nieliniowe), wyznaczać całki, pochodne, transformaty Fouriera, regresje i korelacje, prowadzić działania na wektorach, macierzach, obliczenia statystyczne, używać fizycznych jednostek miar (z automatycznym ich przeliczaniem) wczytywać dane z plików dyskowych i zapisywać do plików oraz wykonywać wiele innych operacji.

Opisywane dalej elementy Mathcad'a i sposoby ich używania dotyczą zarówno wersji Mathcad'2001 jak i wersji 6 przy czym, w istotnych przypadkach, zasygnalizowano różnice miedzy tymi wersjami.

1.1. Uruchamianie Mathcad'a

Jeśli Mathcad jest zainstalowany na lokalnym dysku twojego komputera to uruchamia się go tak jak każdy inny program (z menu START lub ikoną skrótu).

Jeśli natomiast pracujesz w Laboratorium Komputerowym WIMiR AGH i korzystasz z sieciowej wersji Mathcad'a 6 to:

- uruchom Windows 2000 logując się w sieci do serwera "krokus" i sprawdź czy na "pulpicie" jest skrót do MathCAD'a 6 (czerwone liczydło z małą strzałką).
- jeśli jest to go otwórz a jeśli nie ma to najpierw utwórz skrót (ikonę odsyłacza) do pliku: **u:\winmcad6\mcad.exe**

Dla tych, którzy zapomnieli jak tworzyć skróty – przypomnienie:
- otwórz ikonę "Mój komputer" i wybierz z menu Widok - Lista;
- poszerz kolumnę nazw dysków aby znaleźć i otworzyć dysk "U:";
- znajdź i otwórz folder U:\WINMCAD6;
- ikonę programu MCAD.EXE przeciągnij **prawym przyciskiem** myszy na pulpit;
- po zwolnieniu prawego przycisku myszy zaakceptuj komendę **"Utwórz Skrót"**

UWAGA: Jeśli zamiast skrótu (ikona z małą strzałką) zrobisz kopię (ikona bez strzałki) to Mathcad będzie działał wadliwie (brak plików pomocniczych). Wtedy trzeba tę kopię wymazać z pulpitu i powtórzyć zakładanie skrótu.

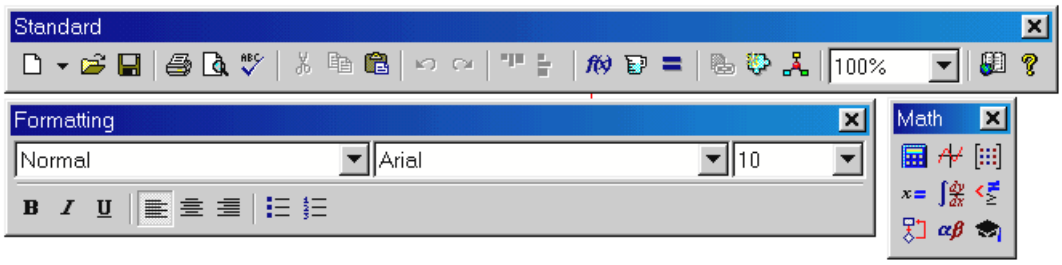
Uwaga: W Laboratorium WIMiR AGH przy pracy z w Windows 2000 zdarza się zawieszanie Mathcad'a 6 przy próbie zapisywania dokumentu do pliku dyskowego. Pokaż nauczycielowi to co opracowałeś zanim - na końcu ćwiczeń – spróbujesz zapisać to na dysk.

1.2. Elementy ekranu Mathcad'a

Po uruchomieniu Mathcad'a mogą dodatkowo otworzyć się okienka z tzw. "Poradą dnia" (*Tip of the Day*) oraz Centrum Zasobów Pomocy (*Resource Center*) – oferujące m.in. dostęp do samouczków (*Tutorials*) i przykładów (*Quick Sheets*). Zamykamy te okienka, a w razie potrzeby możemy je otworzyć z menu ***Help***.

W głównym oknie Mathcada mamy u góry **menu główne** a jeśli brak **pasków narzędzi** lub innych elementów to można je włączyć z menu ***View*** (widok) – a dokładniej klikając w menu głównym View i następnie zaznaczając elementy które mają być widoczne. Mamy do dyspozycji:

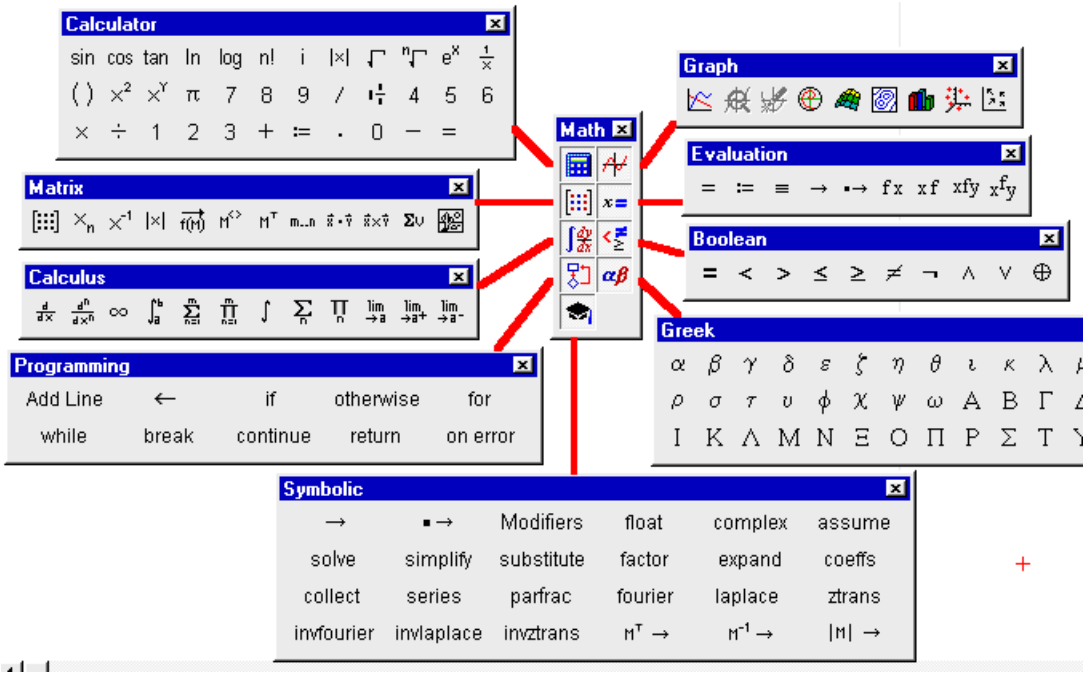
- ***Toolbars*** czyli 3 paski narzędzi (rys.2):
  - ***Standard*** – pasek standardowy
  - ***Formatting*** – pasek formatowania
  - ***Math*** – pasek do włączania widoczności poszczególnych palet symboli matematycznych
- ***Status Bar*** – pasek stanu
- ***Ruler*** – czyli linijkę



Rys. 2. Trzy podstawowe paski narzędzi (toolbars)

Jeszcze jednym praktycznie dość często potrzebnym rozkazem z tego menu jest odświeżanie ekranu (***View - Refresh***) - w razie pojawienia się "śmieci" lub niepełnej widoczności któregoś z regionów – najwygodniej zrobić to klawiszami ***Ctrl R***.

Pasek formatowania i 11 pierwszych ikon na pasku standardowym nie wymagają omawiania bo są niemal identyczne jak Wordpadzie czy Wordzie. Niektóre z pozostałych ikon zostaną omówione dalej w rozdziałach dotyczących odpowiednich operacji. Ikony paska "Math" pozwalają włączać widoczność palet symboli matematycznych jak to pokazano na rysunku 3.



Rys. 3. Palety symboli matematycznych

Jak widać symboli tych jest sporo (nieco mniej jest w wersji 6). Symbole najważniejsze z punktu widzenia naszego przedmiotu nauczania objaśnione będą przy omawianiu poszczególnych operacji. Tu objaśnimy tylko nazwy palet a zarazem grup symboli i operacji:

- *Calculator* – działania takie jak na kalkulatorze
- *Evaluation* – m.in. symbole przypisywania zmiennym wartości (podstawiania) oraz rozkazy wyświetlenia obliczonej wartości
- *Graph* – wstawianie różnego rodzaju wykresów
- *Matrix* – operacje wektorowe i macierzowe
- *Boolean* – relacje i operacje logiczne
- *Calculus* – analiza matematyczna (całki, pochodne, sumy, iloczyny, granice)
- *Greek* – greckie litery
- *Symbolic* – przekształcenia symboliczne (działania na wzorach a nie liczbach)
- *Programming* – programowanie

1.3. Kursory

W trakcie tworzenia dokumentu niezbędna jest umiejętność posługiwania się kursorami jakie pojawiają się w dokumencie. Najważniejsze kursory to:

- **czerwony krzyżyk** (cross-hair) - pokazuje **punkt wstawiania nowego regionu** (lub usuwania pustych linii), istnieje zawsze w dokumencie i nie służy do poprawiania istniejącego regionu
- **niebieska pionowa kreska lub pół-ramka** - to kursor edycyjny, pojawia się po kliknięciu danego regionu i służy **do poprawiania, dopisywania, formatowania itp.**

Uwaga: Nieznajomość kursorów jest źródłem częstych błędów. Gdy chcemy dopisać coś do istniejącego regionu to musimy **kliknąć tak aby otrzymać kursor niebieski** bo wpisywanie w miejscu czerwonego krzyżyka (nawet jeśli wydaje się, że jest on w dobrym miejscu) nie zmodyfikuje istniejącego regionu tylko utworzy nowy!

1.4. Klawiatura

W Mathcadzie można niemal wszystko wykonywać także klawiszami (bez użycia myszki). Opis wszystkich kombinacji klawiszy znajdziemy w pliku pomocy (Help).

W obu omawianych wersjach Mathcad'a klawisz [**F1**] przywołuje pomoc, a klawisze [**Crtl R**] odświeżają ekran.

Dodatkowo w wersji **6** klawisze [**Ctrl S**] rozsuwają (separują) nałożone regiony a w wersji 2001 trzeba to zrobić z menu Format – Separate Regions.

W wersji **6** klawisz **F9** wstawia puste linie a **F10** usuwa puste linie a w wersji 2001 wykonuje się to tak jak w edytorze tekstu (klawiszami Enter i Backspace)

Niektóre klawisze pozwalające szybko i wygodnie wprowadzać symbole matematyczne omówiono w osobnym podrozdziale rozdziału opisującego składniki regionów matematycznych.

1.5. Dokument i jego składowe - regiony

Każdy dokument tworzony w Mathcadzie może mieć postać wielostronicowej publikacji a zarazem realizuje obliczenia i reaguje na zmiany danych – jeśli aktywny jest tryb automatycznych obliczeń (menu Math - Automatic Calculation lub w wersji 6 wciśnięty przycisk z symbolem żarówki). Podobnie jak w edytorach tekstu można ustalać format strony i marginesy (File – Page Setup) oraz wymuszać w dowolnym miejscu zmianę strony (Insert – Page Break).

Każdy dokument Mathcad'a można tworzyć używając **czterech typów składowych zwanych regionami** a mianowicie**:**

1. **regionów tekstowych** – wstawianych klawiszem cudzysłowu ["] i zawierających dowolne teksty istotne dla czytelności dokumentu ale absolutnie nie mające wpływu na obliczenia
2. **regionów matematycznych** zawierających różnorodne wyrażenia matematyczne a w nich takie elementy jak: nazwy zmiennych prostych, wektorów i macierzy, różnorodne operatory, nawiasy, funkcje oraz symbole matematyczne (sum, całek, pierwiastków, potęg, pochodnych itd.) a także jednostki miar, wektory, macierze, tabele, wyznaczniki i wiele innych
3. **regionów** różnorodnych **wykresów** (dwu i trój-wymiarowych)
4. **rysunków** lub obrazów wstawianych z plików lub importowanych z innych programów

Przykłady regionów trzech pierwszych typów można zobaczyć na rysunku 1, a ich opisy podano w dalszej części niniejszego opracowania.

2. Podstawy tworzenia dokumentów w Mathcadzie

W tym rozdziale podano tylko wybrane najważniejsze informacje dotyczące tworzenia najprostszych dokumentów obliczeniowych. Bardziej szczegółowe informacje o regionach tekstowych, o poszczególnych typach regionów matematycznych oraz niektórych typach wykresów zawarte są w dalszych rozdziałach.

2.1. Podstawowe zasady

Zarówno wersja 6 Mathcad'a jak i wersje następne pozwalają pracować z wieloma otwartymi dokumentami, a więc nawet nie zapisując do plików (bywają z tym kłopoty w wersji 6 używanej w Windows 2000) można i należy każde zadanie pisać w osobnym dokumencie. Aby utworzyć nowy dokument trzeba (podobnie jak w Wordzie) kliknąć ikonę "pusta kartka" lub wybrać z menu: ***File – New***.

Unikajmy rozwiązywania kilku różnych i nie powiązanych ze sobą zadań w jednym dokumencie, a w szczególności stosowania tych samych nazw dla zmiennych o różnym znaczeniu czy typie, gdyż może to powodować błędy (czasem trudne do wychwycenia).

Jeśli nie chcemy zamotać się w koncepcji obliczeń to przed rozpoczęciem tworzenia dokumentu powinniśmy ustalić jakie zmienne i do czego użyjemy. Każda zmienna powinna mieć ściśle określone znaczenie i typ.

Ważną zaletą Mathcad'a w porównaniu z innymi programami jest możliwość tworzenia **dokumentów obliczeniowych w postaci czytelnych i eleganckich publikacji** z nagłówkami, tekstami objaśnień, **z polskimi literami**, wszelkimi symbolami matematycznymi oraz wykresami i rysunkami. Starajmy się wykorzystywać te możliwości.

Dokument Mathcad'a mimo publikacyjnej formy jest jednak **programem obliczeń** więc **regiony** matematyczne, muszą mieć postacie zgodne z określonymi regułami formalnymi aby mogły być poprawnie rozpoznane i zinterpretowane przez Mathcad'a. **Kolejność wzorów matematycznych nie jest dowolna**. Wartości zmiennych potrzebne w danym wzorze do obliczeń powinny być wyznaczone wcześniej czyli powyżej lub na lewo od tego wzoru.

Oto bardzo prosty przykład pokazujący niektóre różnice między przykładowym tekstem matematycznym z pewnej książki a zapisem formalnym w Mathcadzie:

Przykładowy tekst matematyczny (bez Mathcad'a):	**Zapis wymagany i zalecany w Mathcadzie:**

Wyznaczamy **y** ze wzoru
$\mathbf{y = 4a^2+bc}$
gdzie:
a=1,5cm b=3,5cm c=0,5cm
	Dane:
	`a:=1.5·cm b:=3.5·cm c:=0.5·cm`
	Obliczenia:
	$y:=4\cdot a^2+b\cdot c$
	Wynik:
	`y=10.75`

Jak widać, w tekstach matematycznych kolejność wzorów może być niemal dowolna, natomiast **w Mathcadzie obowiązuje kolejność: 1)DANE 2)OBLICZENIA 3)WYNIKI**, inaczej mówiąc - w wyrażeniach przypisywanych zmiennym znakiem `":="` mogą występować tylko takie zmienne którym wartości nadano już wcześniej w tym dokumencie.

W naszym przypadku podstawienie wartości do zmiennych **a, b, c** musi wystąpić **przed** a nie po instrukcji: $y:=4\cdot a^2+b\cdot c$.

Dokument Mathcad'a powinien być tak napisany aby łatwo było otrzymać wyniki dla wielu różnych zestawów danych. Dane będzie można najłatwiej zmieniać jeśli będą zgrupowane w jednym **Bloku Danych** oddzielnym od bloku obliczeń a zawierającym także czytelne objaśnienia każdej danej. Dla ograniczenia źródeł błędów sprawdzone i przetestowane wzory obliczeniowe powinny być zabezpieczone przed zmianami i proces zmiany danych nie może wywoływać konieczności modyfikowania tych wzorów. Tak więc wzory obliczeniowe nie powinny zawierać liczb lecz zmienne którym wartości nadawane będą w bloku danych

Jeśli uwzględnimy te wymagania oraz potrzebę zadbania o czytelną i elegancką część opisową dokumentu, to jako **zalecaną** możemy przyjąć następującą **strukturę dokumentu Mathcad'a:**

1. **Część opisowa** powinna zawierać m.in.:
   - nazwisko, imię i **dane** identyfikacyjne **autora** (wydział, rok, grupa)
   - **datę** i miejscowość sporządzenia
   - **nagłówek** (odpowiednio sformatowany)
   - **opis zadania** i objaśnienie znaczenia użytych zmiennych oraz ewentualne rysunki (wklejone przez schowek)
2. **Blok DANYCH** z zastosowaniem **jednostek miar** oraz objaśnieniami danych
3. **Blok OBLICZEŃ** – w którym **zamiast liczb powinny występować zmienne,** w szczególności te których wartości zdefiniowano w bloku danych
4. **Blok WYNIKÓW** (w postaci liczb, tabel, wykresów) z objaśnieniami

Pamiętajmy o konieczności nie rezygnowania z polskich liter (ą,ć,ę, ...), oraz możliwościach formatowania przy użyciu różnych czcionek, wyrównywania i optymalnego rozłożenia wzorów na stronie (patrz rozdział o formatowaniu i edycji dokumentu).

Taka struktura dokumentu pozwala wykonać obliczenia dla wielu różnych wariantów danych przez zmianę ich wartości **tylko** w BLOKU DANYCH bez modyfikowania pozostałej części dokumentu. Wyniki liczbowe i wykresy Mathcad automatycznie zmieni po zmianie danych – jeśli ma włączoną opcję automatycznych obliczeń z menu ***Math – Automatic Calculation***.

W podanym wyżej przykładzie widać także, że w Mathcadzie:

- znak "**:=**" służy do nadawania zmiennym wartości
- znak "**=**" jest poleceniem wyświetlania wyników
- stosując jednostki miar należy wartości danych **mnożyć** przez te jednostki

a także, że podobnie jak w językach programowania i w większości innych programów matematycznych:

- należy używać **kropki dziesiętnej** zamiast przecinka
- **nie wolno pomijać znaku mnożenia**

Te i inne reguły tworzenia dopuszczalnych postaci wyrażeń matematycznych w Mathcadzie podano dokładniej w kolejnych rozdziałach

2.2. Przykład opracowania prostego dokumentu.

Rozpatrzmy trywialny przykład obliczania przeciwprostokątnej **c** trójkąta prostokątnego. Omówimy wprowadzenie kolejnych bloków dokumentu zgodnie z zalecanymi wyżej siedmioma punktami:

1. W części opisowej korzystamy z regionów tekstowych. Pierwszym z nich powinno być nazwisko autora np.: *Jędrzej Jeżewski*

◆ Miejsce wstawiania nowego regionu pokazuje czerwony krzyżyk [+], który ustawiamy przez kliknięcie myszką w wybranym miejscu strony. ◆ Region tekstowy tworzymy przez naciśnięcie klawisza z cudzysłowem " a na ekranie zamiast cudzysłowu pokaże się ramka regionu tekstowego ◆ Jeśli nie uda nam się ustawić polskiej czcionki jako domyślnej lub przed pisaniem to nie rezygnujemy z polskich liter i wprowadzamy je jak zwykle z prawym ALT mimo, że na razie nie będą prawidłowo wyświetlane. Po napisaniu trzeba taki tekst zaznaczyć i przeformatować wybierając z wykazu polską czcionkę.

Tytuł i opis tekstowy zadania tworzymy w taki sam sposób i odpowiednio formatujemy. Możemy uzupełnić go rysunkiem

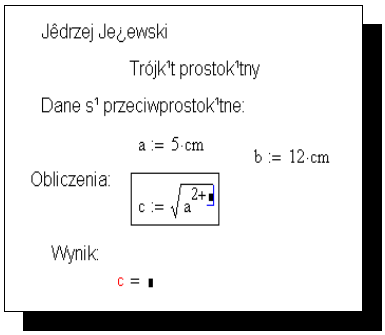
Jeśli chcemy wprowadzić rysunek to tworzymy go w jakimkolwiek programie graficznym (np. Ms Paint lub Ms Draw dostępny z Word'a), zaznaczamy i kopiujemy do schowka klawiszami (Ctrl+C lub Edycja-Kopiuj) a następnie wklejamy do Mathcad'a (Ctrl+V lub Edit-Paste).

2. W bloku DANYCH nadamy wartości zmiennym **a, b** – czyli przyprostokątnym
3. Blok OBLICZEŃ to jeden wzór na obliczenie **c**
4. W bloku WYNIKÓW wyświetlimy wartość **c**

W regionach matematycznych wykorzystamy symbole z palet: *Calculator* oraz *Evaluation* (rys.5). Najważniejszymi i decydującymi o typie regionu są symbole **:=** oraz **=**. Pierwszy z nich (dwukropek ze znakiem równości) to symbol przypisania zmiennej (lub inaczej podstawienia do zmiennej) wartości wyrażenia zapisanego po prawej stronie. Symbol drugi (znak równości) jest równoznaczny z rozkazem: "wyświetl aktualną wartość".

Aby używać jednostek miar trzeba pomnożyć wartości danych przez nazwy jednostek. Nazwy te można wpisać (jeśli wiemy że takie są w Mathcadzie) ale lepiej wstawić z wykazu wywołanego kliknięciem ikony z rysunkiem "dzbanka-miarki do mąki czy mleka".

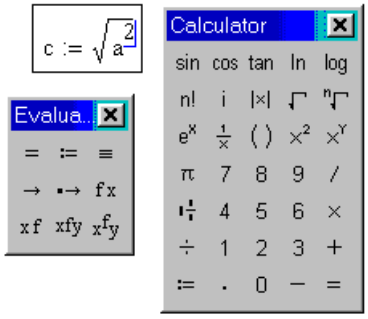
Dokument w trakcie pisania i niesformatowany może wyglądać tak jak na rys. 4



Dokument w trakcie tworzenia.
Zauważ, że:
- polskie litery są na razie źle wyświetlane
- brakuje daty i miejsca utworzenia dokumentu np.: "Kraków, dnia ...", błędny jest opis danych
- brak wytłuszczeń i wyrównania
- znak + został błędnie napisany przy wykładniku
- zmienna **c** nie ma określonej wartości dlatego Mathcad nie potrafi jej wyświetlić i sygnalizuje błąd czerwonym kolorem

Rys.4. Pisanie dokumentu

Przy okazji widać, że znak + pojawił się w nieodpowiednim miejscu bo przy wykładniku i trzeba go wymazać klawiszem BACKSPACE. Aby wstawić ten znak w prawidłowym położeniu trzeba nacisnąć spację tak aby zaznaczenie niebieskim kursorem objęło (jak to pokazano na następnym rysunku) odpowiedni składnik do którego mamy dodawać.

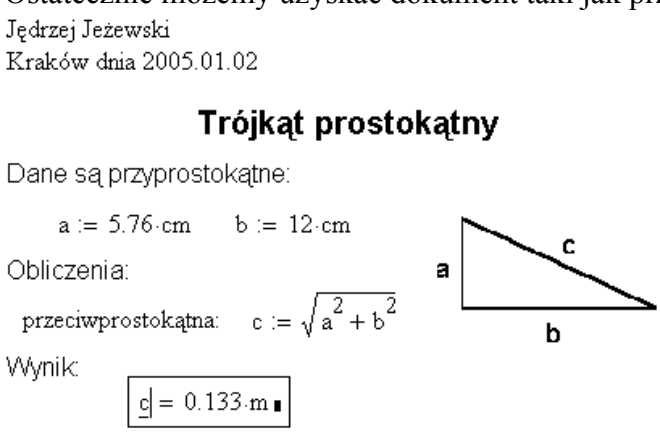


Do pisania prostych wzorów wystarczą nam symbole z palet: *Calculator* oraz *Evaluation*
Po wpisaniu wykładnika jest on zakreślony niebieskim kursorem. Jeśli następne działanie ma dotyczyć nie wykładnika lecz większego fragmentu wyrażenia to klawiszem SPACJA powiększamy niebieski kursor tak aby zakreślił ten fragment:

$c := \sqrt{a^2}$. Zamiast tego można stosować nawiasy.

Rys. 5. Wpisywanie wzorów

Ostatecznie możemy uzyskać dokument taki jak przedstawiony na kolejnym rysunku.



- Aby dopisać "Kraków, dnia 2005-01-01" wstawiono pustą linię (klawiszem ENTER w Mathcadzie 2001 a w wersji 6 klawiszem F9). Poprawiono błąd.
- Do wyrównania zaznaczonych regionów użyto przycisków:
- Rysunek wklejono przez schowek
- Zmieniono dane
- Dla otrzymania wyniku w [cm] wystarczy wpisać "cm" w miejscu znacznika

Rys. 6. Ostateczna postać dokumentu

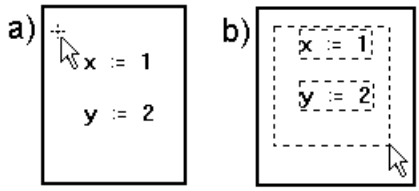
2.3. Edycja regionów

W tych operacjach wersje Mathcad'a 6 oraz 2001 różnią się a mianowicie:

<u>Zaznaczanie:</u>

W Mathcadzie 6:

- **kliknięcie** - zaznacza region do edycji (modyfikacji) jego zawartości. Pojawi się niebieski kursor (lub pół-ramka) klawisze SPACJA oraz STRZAŁKI w górę i w dół powiększają lub zmniejszają obszar zaznaczony niebieską pół-ramką.
- **zakreślenie z zewnątrz** jednego lub kilku regionów przerywanym prostokątem - zaznacza je do przemieszczania, kopiowania, wymazywania, ...
  Aby to zrobić wciśnij lewy przycisk gdy myszka wskazuje pusty obszar dokumentu i trzymając wciśnięty zakreśl regiony (rys.4).



Rys.7. Zaznaczanie grupy regionów

W Mathcadzie 2001 oba te sposoby mogą być stosowane z jednakowym skutkiem to znaczy nie ma dwu typów zaznaczeń tylko jeden.

Przemieszczanie:

- W Mathcadzie 6: zaznaczony j.w. region lub grupę regionów można przemieszczać przez przeciąganie myszką gdy kursor myszy jest wewnątrz
- W Mathcadzie 2001 można przemieszczać (przeciągać myszką) gdy pojawi się kursor w postaci dłoni

Zmiana rozmiaru niektórych regionów na przykład wykresów może być dokonywana w obu wersjach po zaznaczeniu, przez przeciąganie myszką wyróżnionych punktów (uchwytów) a w szczególności prawego dolnego narożnika.

Wymazywanie:

- W wersji 6 region zaznaczony linią przerywaną można wymazać klawiszem **Delete**
- W wersji 2001 zamiast klawisza Delete stosuje się **Ctrl-D**

Przenoszenie lub kopiowanie przez schowek:

- jest możliwe w obu wersjach po zaznaczeniu (w wersji 6 – linią przerywaną) regionu lub grupy regionów.

3. Regiony tekstowe.

Ponieważ dokument Mathcad'a ma postać publikacji naukowej więc - oprócz obliczeń - może i powinien zawierać niezbędne dla jego czytelności teksty a przynajmniej nagłówki i objaśnienia. Niniejszy rozdział opisuje wprowadzanie i formatowanie tekstów.

3.1. Wprowadzanie tekstu

Regiony tekstowe należy wstawiać klawiszem cudzysłowu ["].
Cudzysłów nie pojawi się na ekranie lecz utworzy się region (ramka) do wpisywania tekstu.

UWAGI:

- Jeśli tekstu nie rozpoczniemy od naciśnięcia cudzysłowu to będą tworzone regiony matematyczne - każdy wyraz traktowany będzie jako nazwa zmiennej w osobnym regionie i niemożliwe będzie stosowanie formatowania dostępnego dla tekstów.
- W wersji 6 prawidłowo wprowadzone teksty są w kolorze niebieskim a wzory matematyczne w kolorze czarnym. Zrezygnowano z tego w wersji 2001.
- Naciskanie klawisza **ENTER** pozwala pisać dalsze linie tekstu a **NIE kończy regionu tekstowego**, dlatego należy kończyć pisanie tekstu kliknięciem na zewnątrz regionu.

3.2. Wprowadzanie polskich liter

Jeśli w ustawieniach systemu Windows jest ustawiony język polski (PL) oraz "klawiatura programisty" to wpisujemy polskie litery tak jak w edytorach tekstowych czyli **z trzymaniem wciśniętego klawisza [prawy ALT].**

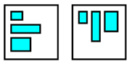
Niestety w anglojęzycznym (jak dotąd) Mathcadzie otrzymanie poprawnego widoku tych liter na ekranie i wydruku bywa nieco kłopotliwe.

Można w tym celu przed pisaniem spróbować ustawić jako domyślną czcionkę dla Centralnej Europy (CE) np. Times New Roman CE lub Arial CE. W wersji 6 z menu: *Text - Change Defaults – Font*.

W wersji 2001 może się to nie udać i wtedy pozostaje drugi sposób - **po napisaniu - zaznaczanie ("zamalowanie") tekstu i wybór czcionki z polskimi literami (CE** – dla Centralnej Europy**)**.

3.3. Formatowanie akapitów i czcionek

Do wyrównywania zaznaczonych regionów w pionie lub w poziomie służą przyciski pokazane na rysunku 7a

a)  b)

Rys. 8. Przyciski do wyrównywania

natomiast konwencjonalne przyciski (rys.7b) wyrównują teksty w granicach ramki pola tekstowego.

Aby móc tekst **wyrównywać na stronie** do prawego lub lewego marginesu lub wyśrodkować – musimy najpierw otrzymać **akapit tekstowy** (ang.: *paragraph*) czyli region rozciągający się na całą szerokość między marginesami. W tym celu należy:

- W wersji 6 użyć do wstawiania **paragrafu tekstowego klawiszy [Ctrl T]** zamiast cudzysłowu i wyrównywać do prawej, lewej lub do środka - korzystając z menu: ***Text - Change paragraph format***. lub paska formatu.
- W wersji 2001 zrezygnowano z tej metody i trzeba po zaznaczeniu regionu tekstowego wywołać z menu ***Format - Properties*** (lub z menu podręcznego uzyskanego prawym przyciskiem myszy) i tam wybrać zakładkę ***Text*** a następnie zaznaczyć ***Occupy Page Width***. Następnie można formatować używając paska narzędzi ***Format*** lub z menu ***Format – Paragraph.***

Formatowanie czcionek wykonuje się jak w edytorach tekstu czyli albo ustawiamy parametry czcionki (wielkość i krój czcionki, wytłuszczenie, podkreślenie itp.) przed rozpoczęciem pisania albo raczej robimy to po napisaniu i zaznaczeniu tekstu.

3.4. Zadania

3.4.1. Polskie litery

Wpisz podane niżej dwie linie i sformatuj tak aby uzyskać prawidłowo polskie litery

aą cć eę lł nń sś zż xź
AĄ CĆ EĘ LŁ NŃ SŚ ZŻ XŹ

3.4.2. Akapity (paragrafy) i wyrównywanie tekstu na stronie

Wpisz u góry dokumentu kolejno trzy paragrafy:

Kraków dn. ...
swoje IMIĘ i NAZWISKO
tytuł: **Obliczenia testowe**

Następnie każdy z nich sformatuj inaczej stosując wyrównanie do lewej, do prawej, do środka (z menu głównego j.w.) oraz różne kroje i wielkości czcionek (z polskimi literami - CE)

4. Typy regionów matematycznych i ich podstawowe elementy

Mathcad nie jest wprawdzie podobny do większości języków programowania jednak wspomniano już, że podobnie jak w tych językach musimy ściśle stosować reguły określające dopuszczalne postacie wyrażeń i regionów matematycznych aby we wszystkich obliczeniach komputer mógł jednoznacznie interpretować dane oraz zlecone mu operacje matematyczne.

Nie można stosować dowolnych postaci wzorów matematycznych stosowanych przez matematyków a niezgodnych z podanymi poniżej typami regionów regułami ich składni.

Inaczej mówiąc nie można wprost przepisywać z innego źródła wzorów lecz przed napisaniem każdego należy zdecydować jakie typy regionów Mathcad'a zastosować i w jakiej kolejności.

4.1. Podstawowe typy regionów matematycznych

Najważniejsze typy regionów matematycznych zestawiono w tabeli poniżej, a ich dokładniejsze opisy zamieszczono w kolejnych podrozdziałach.

Aby móc tworzyć poprawne regiony matematyczne trzeba poznać ich składniki a mianowicie:

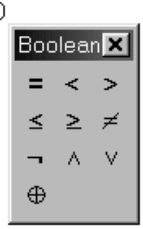
1) symbole matematyczne (w tym nawiasy i operatory działań)
   – wstawiane z palet lub przy pomocy klawiszy
2) stałe liczbowe: skalarne (liczby), oraz wektory i macierze
3) zmienne różnych typów i sposoby ich definiowania
4) fizyczne jednostki miar
5) funkcje

oraz budowane z tych składników **wyrażenia.**

Tabela 1. Typy i przykłady regionów matematycznych

Typ regionu matematycznego	**Składnia**	**Przykłady**
Definicja lokalna zmiennej	**zmienna := wyrażenie**	v := 5 czas := 1.5 droga := v · czas
Definicja globalna zmiennej	**zmienna ≡ wyrażenie**	droga := v · czas v ≡ 5 czas ≡ 1.5
Region wyświetlania wartości	**wyrażenie =**	$34.5^3 + 18.6^2 =$ droga=
Definicja zmiennej zakresowej	**zm := A1,A2 .. An**	i:=1,2 ..10 x := 0.1, 0.3 .. 12,6
Definicja nowej funkcji	**naz(argumenty):=wyrażenie**	suma_kw(x,y) := $x^2 + y^2$

Przykłady regionów matematycznych c.d.

Definicja zmiennej indeksowanej	**Definicja wektora**	**Definicja macierzy**	**Układ równań i nierówności**
$M_{i,j} := 3 \cdot i + 2 \cdot (j-1)$	$Btx := \begin{pmatrix} 5.37 \\ 12.7 \\ -3.5 \end{pmatrix}$	$Mpr := \begin{pmatrix} -1 & 3 & 6 \\ 8 & 2 & 0 \end{pmatrix}$	$x := 0 \quad y := 0$ given $y = 0.6 \cdot x^2 - 1$ $x = 2 \cdot y$ $y > 0$ $find(x,y) = \begin{pmatrix} 1.773 \\ 0.887 \end{pmatrix}$ 

4.2. Symbole matematyczne. Wprowadzanie symboli z klawiatury

Znajomość podstawowych **symboli matematycznych** jest konieczna przy używaniu poszczególnych typów regionów matematycznych.

W Mathcadzie zazwyczaj wstawiamy symbole i operatory matematyczne z palet "przycisków" (rys.3) przez klikanie ich myszką, ale szybko i wygodnie można także wprowadzać częściej używane symbole i operatory matematyczne z klawiatury – po zapamiętaniu odpowiednich klawiszy. Sposób ten pozostał z wersji dla DOS. W razie kolizji ze skrótami klawiszowymi systemu Windows można w wersji 2001 z menu View-Preferences wyłączyć działanie tych klawiszy.

Tabela 2. Używanie klawiatury przy definiowaniu zmiennych

Nazwa klawisza	Klawisz	Symbol	Operator / rozkaz	Przykłady:
kropka (w liczbie)	.	.	oddziela część ułamkową w zapisie dziesiętnym liczby	642.745 -0.0012
dwukropek	:	:=	"podstaw wartość" (lokalna definicja zmiennej)	y12:=87.034 x:=x^2 +1.3
znak równości	=	=	"wyświetl wartość" czyli "ile równa się?"	89.74²+1.77= sin(3·x²)-0.8=
tylda (nacisnąć dwukrotnie)	~	≡	globalna definicja zmiennej (dla całego dokumentu)	pp≡1.57 godz≡60·min
	Ctrl =	**=**	relacja równości (używana też w równaniach)	x+y = x^2-1 if(a=b, 5, 8)
średnik (a nie dwie kropki)	;	..	zakres "do"	i:=1..10 x:=0.1,0.2..8.4
lewy nawias prostokątny	[	■,	poprzedza indeks dolny dla elementu ciągu np.: x[i:3 da	*wpisanie:* x[i:3 *da:* x_i:=3
kropka (w nazwie)	.		nazwa z dolnym oznaczeniem **<u>ale nie element ciągu</u>**	*wpisanie:* x.min:=0 *da:* x_{min}:=0
przecinek	,	,	oddziela wpisywane elementy ciągu (a nie część ułamkową)	L:=1.2,8.3,9.1,7.2

Tabela 3. Używanie klawiatury dla wstawiania operatorów działań:

Nazwa klawisza	Klawisz	Znak na ekranie	Operator / rozkaz
gwiazdka	*	■·■	mnożenie
slash	/	■/■	dzielenie
daszek	^	■^■	poprzedza wykładnik potęgi
backslash	\	√■	pierwiastek kwadratowy
kreska pionowa	|	|■|	wartość bezwzględna
apostrof (górny przecinek)	'	(■)	wstawia parę nawiasów
wykrzyknik	!	■!	silnia
hash	#	∏■ ■	iloczyn ciągu
dolar	$	∑■ ■	suma ciągu
ampersand	&	∫■ ■ ■d■	całka
pytajnik	?	d■/d■	pochodna

4.3. Stałe liczbowe, wektory, macierze

Liczby (stałe liczbowe skalarne) są składnikami regionów matematycznych. Mathcad próbuje interpretować jako liczby tylko to i wszystko to co zaczyna się od cyfry.

Uwaga: przy pisaniu ułamków dziesiętnych należy stosować **kropkę pozycyjną** a nie przecinek. Nie ma tzw. notacji naukowej (z literą E) a zamiast niej można pisać odpowiednią potęgę dziesięciu (np 2.5*10^5). Oprócz kropki dziesiętnej **nie może być** w zapisie liczby żadnych innych kropek, przecinków, spacji ani liter, w szczególności **nie wolno** przy wpisywaniu liczb wstawiać czegokolwiek co trzy cyfry (dla poprawienia czytelności).

Część urojona liczby zespolonej musi mieć na końcu literę ***i*** albo ***j*** (bez odstępu) na przykład:

1i, -3.56j, 5+12.8i

Nie można napisać samej litery ***i*** lub ***j*** bo byłaby potraktowana jako tekst dlatego musi być ***1i*** zamiast ***i***.

Można także zapisywać liczby przy użyciu innych układów pozycyjnych a mianowicie liczby:

- binarne czyli dwójkowe: muszą mieć na końcu literę b lub B
- oktalne czyli ósemkowe: muszą mieć na końcu literę o lub O
- heksadecymalne czyli szesnastkowe: muszą mieć na końcu literę h lub H

Typem złożonych stałych liczbowych są **macierze** czyli prostokątne tablice liczb, które można wstawiać odpowiednim przyciskiem z palety macierzowej. Macierze posiadające tylko jedną kolumnę lub tylko jeden wiersz to **wektory**. Dostęp do pojedynczych elementów macierzy jest możliwy przy użyciu **zmiennych indeksowanych**. Dla macierzy, wektorów i zmiennych indeksowanych istotna jest wartość zmiennej systemowej **ORIGIN** określającej jak Mathcad numeruje elementy wierszy i kolumn - zaczynając od **zera** czy od **jedynki**. lub inaczej mówiąc jaka jest minimalna wartość indeksu (wskaźnika).

4.4. Stałe i zmienne wbudowane.

Mathcad posiada predefiniowane stałe które można używać w wyrażeniach a także zmienne systemowe zwane "wbudowanymi" (ang.: Built-In), których wartości użytkownik może zmieniać

Stałe matematyczne i klawisze jakimi trzeba je wprowadzać pokazuje poniższa tabelka.

Tabela 4. **Stałe matematyczne**

Stała	∞	e	π	i	j	%
Klawisze	Ctrl Shift z	e	Ctrl Shift p	1i	1j	%

Zmienne systemowe decydują m.in o dokładności obliczeń i precyzji ich prezentowania.

Tabela 5. Zmienne systemowe

Nazwa	**Znaczenie**	**Domyślnie**
TOL	dokładność obliczeń (całek, pochodnych, pierwiastków)	.001
CTOL	dokładność w "solve blocks"	.001
ORIGIN	minimalny indeks wektorów i tablic (0 lub 1)	0
PRNPRECISION	liczba cyfr po kropce w wynikach funkcji WRITEPRN	4
PRNCOLWIDTH	szerokość kolumny w wynikach funkcji WRITEPRN	8
CWD	nazwa bieżącego foldera dyskowego	

Ustawienie zbyt dużej dokładności może przedłużyć czas obliczeń lub wyświetlenia komunikatu o braku rozwiązania.

Wartość każdej z tych zmiennych można sprawdzać i zmieniać wyszukując w menu pozycję ***Buit-in Variables*** lub przy pomocy instrukcji *zmienna=* oraz *zmienna ≡ wartość*. Na przykład **ORIGIN=** wpiszemy dla uzyskania informacji o wartości zmiennej ORIGIN.

Nieznajomość wartości zmiennej **ORIGIN** może prowadzić do błędów. Jeśli na przykład przy pomocy jakiejś funkcji wygenerujemy wektor V o 100 elementach i każemy wyświetlić wartość elementu o numerze 100:

V(100)=

to wystąpi błąd gdy zmienna ORIGIN=0 bo elementy wektora mają wtedy numery od 0 do 99 i element o numerze 100 nie istnieje.
Wtedy albo trzeba świadomie się do tego dostosować albo można zmienić wartość zmiennej ORIGIN przy pomocy podstawienia globalnego (**ORIGIN≡1**) lub wyszukując w menu pozycję ***Buit-in Variables***.

4.5. Wybrane funkcje Mathcad'a

Mathcad daje do dyspozycji bardzo wiele różnorodnych funkcji które można przeglądać, wybierać i wstawiać po kliknięciu przycisku [***f(x)***] lub wybraniu z menu pozycji ***Insert – Function*** . Opisy tych funkcji są w podręczniku HELP.
Poniżej przedstawiono tylko wybrane funkcje Mathcad'a 6 plus.

4.5.1. Funkcje trygonometryczne i odwrotne do nich (cyklometryczne)

sin(x)	- sinus	**cot(x)**	- cotangens	**asin(x)**	- arcus sinus
cos(x)	- cosinus	**sec(x)**	- secans	**acos(x)**	- arcus cosinus
tan(x)	- tangens	**csc(x)**	- cosecans	**atan(x)**	- arcus tangens

4.5.2. Funkcje wykładnicze i logarytmiczne

exp(x) - **e** do potęgi **x**
log(x) - logarytm dziesiętny z **x**
ln(x) - logarytm naturalny z **x**

4.5.3. Funkcje zaokrąglenia

floor(x) - Zaokrągla w dół: największa z całkowitych liczb mniejszych lub równych **x**
ceil(x) - Zaokrągla w górę: najmniejsza z całkowitych liczb większych lub równych **x**
round(x,n) - Zaokrągla do n miejsc po przecinku (Mathcad 2001)
trunc(x) - Część całkowita liczby rzeczywistej x (Mathcad 2001)

W Mathcadzie 6 niektóre funkcje zaokrągleń trzeba zdefiniować samodzielnie na przykład:

- zaokrąglenie do najbliższej całkowitej:
  round(x) := if(x - floor(x) < .5,floor(x),ceil(x))
- część ułamkowa liczby: **mantissa(x) := x - floor(x)**

4.5.4. Funkcje do rozwiązywania równań

Wybrano tylko dwie:

polyroots(v) - Wyznacza pierwiastki (miejsca zerowe) wielomianu, **v** - wektor współczynników wielomianu (począwszy od wyrazu wolnego)
find(x, y, ...) - Znajduje rozwiązanie układu równań i nierówności nieliniowych (p.8.2)

4.5.5. Funkcje warunkowe

if(warunek,w1, w2) - Zwraca **w1** gdy **warunek** spełniony oraz **w2** gdy nie spełniony
until(w1,w2) - Zwraca **w2** gdy **w1** nie jest ujemne oraz **zero** gdy **w1 < 0**

4.5.6. Funkcje do operowania na plikach dyskowych

READPRN(”plik") - Wczytuje dane z pliku do macierzy np.:
A := READPRN("c:\wyniki\W1.prn")
WRITEPRN("plik") - Tworzy plik i zapisuje do niego macierz np.:
WRITEPRN("c:\wyniki\W1.prn") := **A**
APPENDPRN("plik") - Dołącza wartości z macierzy (np.: A) do istniejącego pliku
np.:APPENDPRN("c:\wyniki\W1.prn") := **A**

4.6. Nieco więcej funkcji Mathcad'a

Dla nieco bardziej zaawansowanych użytkowników podaję jeszcze trochę opisów funkcji użytecznych m.in. na starszych latach studiów.

4.6.1. Funkcje impulsowe

δ(a,b) - delta Kronecker'a równa **1** gdy **a=b**, równa **0** dla wszelkich pozostałych wartości
ϕ(x) - skok jednostkowy czyli funkcja Heviside'a równa **0** dla **x<0** oraz równa **1** dla pozostałych

4.6.2. Transformata Fouriera

fft(v) - transformata Fouriera dla wektora **v**
ifft(v) - odwrotna transformata Fouriera

4.6.3. Podstawowe funkcje statystyczne

mean(A) - średnia arytmetyczna
median(A) - mediana
stdev(A) - odchylenie standardowe
var(A) - wariancja
cvar(A,B) - kowariancja dwóch tablic lub wektorów
corr(A,B) - korelacja dwóch tablic lub wektorów

4.6.4. Rozkłady prawdopodobieństwa

Dla rozkładu równomiernego:

rnd(x) - generuje wektor liczb pseudolosowych z przedziału 0 do **x**, o rozkładzie równomiernym
dunif(x,a,b) - gęstość prawdopodobieństwa
punif(x,a,b) - dystrybuanta
qunif(p,a,b) - funkcja odwrotna do dystrybuanty
runif(m,a,b) - zwraca wektor **m** liczb przypadkowych o rozkładzie równomiernym w przedziale (**a,b**).

Dla rozkładu normalnego:

rnorm(m,m,s) - generuje wektor liczb pseudolosowych o rozkładzie normalnym
dnorm(x,m,s) - gęstość prawdopodobieństwa
pnorm(x,m,s) - dystrybuanta

cnorm(x) - dystrybuanta o średniej 0 i wariancji 1
qnorm(p,m,s) - funkcja odwrotna do dystrybuanty

Dla rozkładu Weibull'a:

rweibull(m,s) - generuje wektor liczb pseudolosowych o rozkładzie Weibull'a
dweibull(x,s) - gęstość prawdopodobieństwa
pweibull(x,s) - dystrybuanta
qweibull(p,s) - funkcja odwrotna do dystrybuanty

4.6.5. Funkcje tekstowe

concat(S1,S2) - Połączenie dwu ciągów znaków: do tekstu **S1** dokleja tekst **S2**
error(S) - Wyświetla tekst **S** jako komunikat o błędzie
strlen(S) - Oblicza ile znaków jest w tekście **S**
str2num(S) - Konwertuje tekst **S** (złożony z cyfr) na liczbę
num2str(x) - Konwertuje liczbę **x** na tekst (złożony z cyfr)
search(S,SubS,m) - Wyszukiwanie fragmentu **SubS** w tekście **S** począwszy od pozycji **m** – zwraca numer pozycji na jakiej znaleziono fragment tekstu lub (-1) jeśli nie znaleziono
substr(S,m,n) - Zwraca fragment **m** znaków wyciętych z tekstu **S** począwszy od znaku na pozycji **n**
str2vec(S) - Przetwarza ciąg znaków (tekst) na wektor ich kodów ASCII
vec2str(v) - Przetwarza wektor kodów ASCII na ciąg znaków o takich kodach

4.7. Pisanie wyrażeń.

W wyrażeniach **można używać nawiasów ale tylko okrągłych**. Mathcad dopasuje na ekranie ich wielkość i kształt do danego wyrażenia.

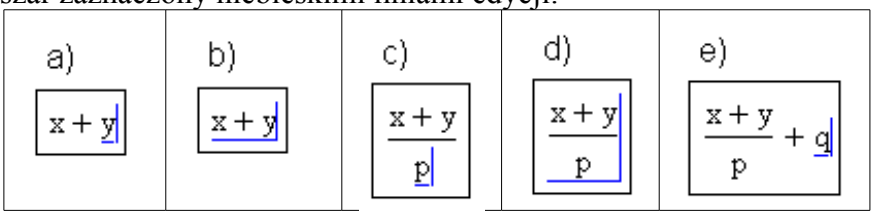
W wielu przypadkach można uniknąć pisania nawiasów przez odpowiednie poszerzenie (klawiszem SPACJA) obszaru zaznaczonego niebieską pół-ramką zwaną inaczej liniami edycji lub kursorem edycji.

Przykład:

Chcemy napisać

$$\frac{x+y}{p}+q$$

możemy to zrobić albo z użyciem nawiasów: ((x+y)/p)+q albo powiększając w odpowiednich miejscach obszar zaznaczony niebieskimi liniami edycji:



wymaga to naciskania następujących klawiszy (oznacza Spację):

x+y /p +q

Klawisz SPACJA powiększa zaznaczony niebieskimi liniami obszar co pokazują przejścia z rysunku (a) do (b) oraz z (c) do (d).
Nie użycie żadnego z tych dwu sposobów da błędny rezultat (odmienny od żądanego).

Mimo podobieństwa do swobodnego zapisu matematycznego w Mathcadzie obowiązują reguły języka formalnego zapewniające jednoznaczność zapisu a m.in. odbiegające od stosowanych przez matematyków uproszczeń zapisu.
Pamiętajmy więc aby w obliczeniach w Mathcadzie:

- część ułamkową liczby oddzielać **kropką**
- **nie pomijać** nigdy **znaku mnożenia**
- używać **tylko nawiasów okrągłych**
- po **nazwie każdej funkcji** zawsze **umieszczać nawiasy** a w nich argumenty funkcji np.: **sin(X)** a nie sinX
- używać klawisza **spacji** (lub w wersji 6 **klawiszy pionowych strzałek)** aby zaznaczyć (niebieską półramką) fragment wyrażenia którego dotyczy kolejny operator działań.
- **operatory i symbole** matematyczne wprowadzać myszką z odpowiednich (włączonych uprzednio) **palet** lub odpowiednimi **klawiszami**
- wykładnik potęgi nie może być pisany przy nazwie funkcji posiadającej argumenty np.: nie wolno pisać $\sin^2 x$ lub $\sin^2(x)$ a należy pisać: $\mathbf{sin(x)^2}$ lub $\mathbf{(sin(x))^2}$

4.8. Wyświetlanie wartości wyrażeń i zmiennych

Jeśli chcemy by Mathcad obliczył i wyświetlił wartość wyrażenia, które w szczególności może być pojedyncza zmienną (dowolnego typu) wystarczy napisać to wyrażenie a po nim znak równości. A więc postać tego typu regionu (czy raczej instrukcji) to:

wyrażenie =

Jest to polecenie dla Mathcad'a: **"wyświetl wartość wyrażenia"**

Tabela 6. Przykłady regionów wyświetlających wartość

Przykład	Objaśnienie
$\sqrt{1 - \frac{(2 + 1^2)}{\sqrt{5} + \frac{1}{7}}} =$	to przykład obliczeń kalkulatorowych bez użycia zmiennych
$3.71 \cdot x^2 + y^3 =$ **delta1=**	takie polecenia muszą być poprzedzone definicjami nadającymi wartość zmiennym **x, y, delta1**

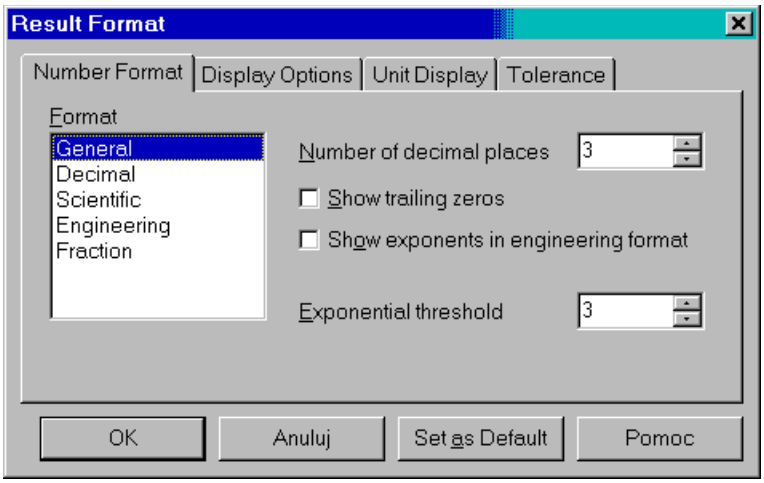
Jak widać najprostszym przypadku (rzadko stosowanym) można używać MathCAD'a jak kalkulatora do bezpośrednich działań na liczbach - pisząc wyrażenia kończone znakiem równości traktowanym przez Mathcad'a jako rozkaz: "oblicz i wyświetl wartość".

Nie zalecam jednak używania Mathcada jako kalkulatora, jest to nieoptymalne z kilku powodów:

1. nie da się objaśnić zmiennych bo ich nie ma
2. przy każdej zmianie danych trzeba zmieniać wzór co może być kłopotliwe i prowadzić do pomyłek

4.8.1. Precyzja wyników

Użytkownik może ustalić ile cyfr po kropce dziesiętnej ma być wyświetlanych w wynikach. Dla wszystkich wyników trzeba w tym celu wywołać z menu ***Format-Result*** okno dialogowe (rys.6) i określić w nim *Number of decimal places*.



Rys. 9. Okno dialogowe formatowania wyników

Dla zmiany formatu pojedynczego wyniku wystarczy kliknąć podwójnie dany wynik aby wywołać to okno dialogowe.

4.8.2. Obliczenia kalkulatorowe – zadania

Oblicz wartości wyrażeń i sprawdź czy otrzymasz taki sam wynik jak podano poniżej a następnie zmień precyzję (liczbę cyfr po kropce) w tych wynikach:

a) $\sqrt{13.753 - \frac{\left(24.85 + 12^2\right)}{\sqrt{567} + \frac{1}{7}}} =$, b) $\frac{\left(6543 - 61^3 + \sqrt{123}\right)}{\frac{1}{\left(43 - 7^5\right)} + \frac{2654.97}{\left(741 - \sqrt{713}\right)}} =$

4.9. Zmienne

Zmienna – tak w Mathcadzie jak i w językach programowania – to obiekt posiadający **nazwę** (czyli identyfikator) odróżniający go od innych zmiennych oraz przechowujący **wartość** (daną) określonego **typu**. Wartość ta może się zmieniać jednakże zachowując ten sam typ. Typ wartości (typ danych) określony jest przez rodzaj i strukturę danych. Najważniejsze typy danych w Mathcadzie to:

- **skalar** (ang.:scalar) czyli pojedyncza **liczba**
- **zakres** (ang.: range) czyli **ciąg** typu postęp arytmetyczny
- **tablica** (ang.: array) czyli wektor lub macierz
- **łańcuch znaków** (ang.: string) czyli tekst ujęty w cudzysłowy

Zmienna uzyskuje określony typ przy pierwszym nadaniu jej wartości na przykład:

- zmienna skalarna: `x1 := 71.86`
- zmienna zakresowa: `x2 := 0.5, 0.6 .. 1.7`
- zmienna tablicowa:

$$x3 := \begin{pmatrix} -1 & 0.5 & 3 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

- zmienna znakowa: `x4 := "Ala ma kota"`

W Mathcadzie obowiązują jednakowe reguły tworzenia nazw dla wszelkich typów a więc nie można po nazwie rozpoznać typu zmiennej

Reguły te są następujące:

- **Nazwy zmiennych** mogą być wieloliterowe, mogą zawierać **tylko duże i małe litery alfabetu angielskiego oraz cyfry i podkreślnik** (shift minus) ale **muszą zaczynać się od litery**.
- **Mathcad rozróżnia duże i małe litery !** A więc nie dziwmy się kiedy podstawimy "`SILA:=5`" że zmienne "`sila`" oraz "`Sila`" są nieokreślone.
- Wszystkie **znaki** w nazwie zmiennej **muszą mieć ten sam format** (m.in. rodzaj i wielkość czcionki). Mathcad 2001 rozróżnia zmienne napisane różnymi czcionkami
- **Nazwy zmiennych muszą być <u>różne</u> od nazw funkcji** oraz **nazw stałych** Mathcad'a i nazw **jednostek miar**. **N**a przykład "m" to metr i nie można oznaczać masy przez "m", dlatego lepiej używać nazw wieloliterowych na przykład "masa1", "masa2" lub nazw z numerkami m1, m2 i.tp.
- Nazwy zmiennych skalarnych (t.zn. nie wektorowych i nie indeksowanych) mogą mieć u dołu oznaczenie przy wpisywaniu poprzedzane kropką (np.: H.max da na ekranie H_{max}). **Oznaczenie dolne poprzedzane kropką NIE jest indeksem** przyjmującym wartości liczbowe i jeśli miałoby się nam mylić z indeksami to lepiej go nie stosować (np.: napisać Hmax).

4.10. Lokalne i globalne definicje zmiennych

Najczęściej występującymi regionami są instrukcje przypisywania zmiennym (lub jak kto woli podstawiania do zmiennych) wartości, nazywane w Mathcadzie **definicjami zmiennych** i używane zarówno w bloku danych jak i w obliczeniach.

Każda definicja zmiennej składa się z trzech części:

(1) nazwa zmiennej, (2) znak przypisania (3) wyrażenie,

Wyrażenie może w najprostszej postaci być pojedynczą liczbą lub zmienną.

Wyróżniamy:

1. lokalną definicję zmiennej zawierającą znak **:=** oraz
2. definicję globalną używającą znaku **≡**.

<u>Lokalna definicja zmiennej ma ogólną postać:</u>

zmienna := wyrażenie

Przykłady:

sila := 156.43 x1 := -0.887 ppq2 := ppq2+1 y :=

W ***wyrażeniu*** zapisanym po stronie prawej definicji lokalnej można użyć tylko zmiennych posiadających już konkretne wartości określone w poprzedniej części dokumentu, a więc powyżej lub na lewo od miejsca w którym jest to wyrażenie. Wynika to z faktu, że <u>wartość każdej zmiennej zdefiniowanej lokalnie jest dostępna tylko dla następnych regionów - umieszczonych na prawo lub poniżej.</u>

Błędna będzie więc kolejność taka:

z := x+ y

gdzie: **x := 5.1 y := 12.7**

Poprawna kolejność jest następująca:

Dane: **x := 5.1 y := 12.7**
Obliczenia: **z := x+ y**
Wynik: **z=**

Przeważnie dla obliczeń stosuje się definicje lokalne gdyż wymuszają one logiczny porządek dokumentu i sprzyjają jego poprawności.

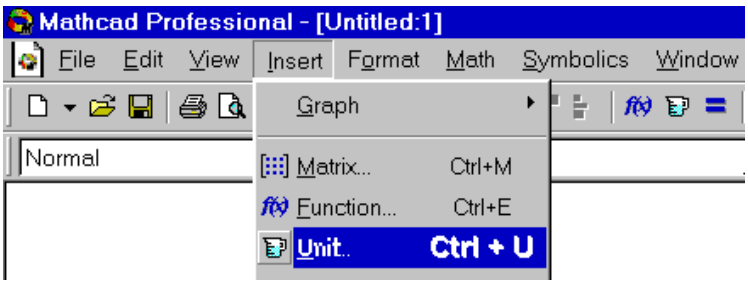
Jeśli jednak chcemy podstawiać wartości danych (lub np.: definiować nowe jednostki miar) nie na początku dokumentu lecz na jego końcu to służy do tego
globalna definicja zmiennych o ogólnej postaci:

zmienna ≡ wyrażenie

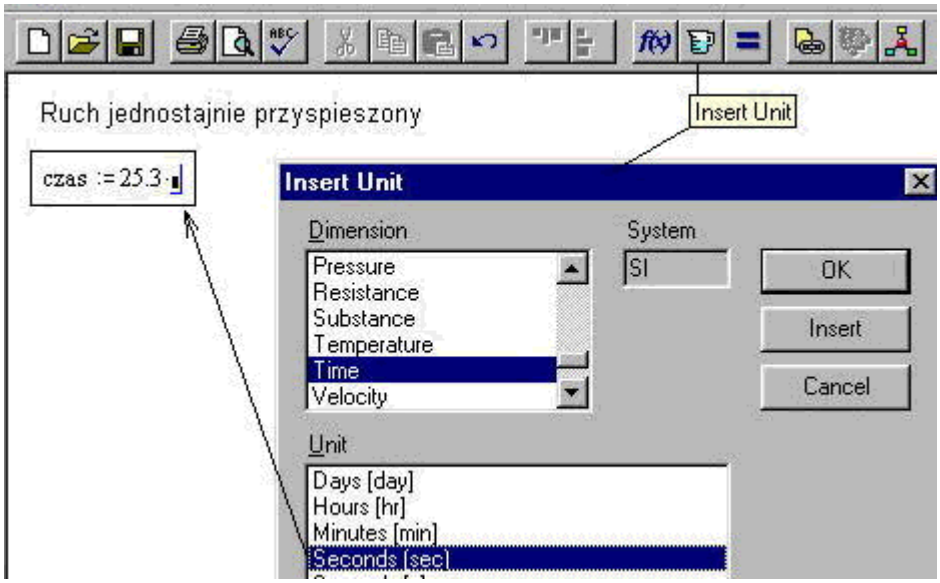
Wartość zmiennej zdefiniowanej globalnie jest dostępna dla wszystkich definicji lokalnych w całym dokumencie. W zbiorze definicji globalnych też obowiązuje kolejność: najpierw dane potem obliczenia. Takie cechy definicji globalnych wynikają z faktu, że po uruchomieniu obliczeń najpierw wykonywane są po kolei wszystkie definicje globalne a następnie (w drugim przebiegu) wykonywane są po kolei wszystkie definicje lokalne.

4.11. Fizyczne jednostki miar

Warto używać w Mathcadzie **jednostki miar**. W tym celu wartości danych musza być **pomnożone** przez odpowiednie symbole jednostek wpisane z klawiatury lub wybrane z wykazu. Jeśli nie jesteśmy pewni czy dana jednostka istnieje w Mathcadzie lub jak jest oznaczona (np.: *sec* czy *s*) to lepiej wstawić ją z wykazu wywoływanym przyciskiem z symbolem "dzbanka" lub z menu Insert-Unit (rys.5) albo klawiszami Ctrl-U.



Rys. 10. Wstawianie fizycznych jednostek miar z menu Insert-Unit



Rys.11. Wybór jednostki miary

Mathcad potrafi przeliczyć poprawnie wynik po zmianie jednostki na inną (np. metrów na centymetry), a także pilnuje zgodności jednostek w wyrażeniach na przykład nie pozwala dodawać metrów do sekund ale świetnie da sobie radę gdy dodamy do metrów centymetry czy milimetry.

Aby otrzymać wynik przeliczony na inne jednostki niż wyświetlone przy wyniku kliknij wynik - pojawi się znacznik lub jeśli go nie będzie to wymaż dotychczasowe jednostki i wstaw (lub wpisz jeśli jesteś pewny że Mathcad rozpozna) – nowy symbol jednostek i zatwierdź klawiszem ENTER.

4.12. Zadania

4.12.1.Jednostki miar, kolejność definicji

Wyznacz drogę w ruchu jednostajnie przyspieszonym najpierw przepisując to co poniżej a potem poprawiając zgodnie z poznanymi regułami tak aby uzyskać wynik. Zmień jednostki w wyniku z metrów na kilometry.

Ruch jednostajnie przyspieszony: +

$$\text{przysp} := 3.5 \cdot \frac{m}{sec^2} \qquad \text{droga} := \frac{\text{przysp} \cdot \text{czas}^2}{2} \qquad \text{czas} := 25.3 \cdot sec$$

droga =

5. Funkcje użytkownika.

5.1. Definiowanie nowych funkcji

Jak wspomniano, Mathcad udostępnia bogaty zbiór gotowych funkcji zwanych wbudowanymi, jednak w wielu przypadkach użytkownik musi zdefiniować nową własną funkcję. Podam dwa typy takich przypadków:

1. Generowanie tabeli wartości i/lub wykresu dla dowolnej funkcji jednej zmiennej zadanej w określonym przedziale jako ciąg arytmetyczny
2. Zdefiniowanie funkcji dla wielokrotnego wykonywania tych samych działań na różnych argumentach

Definicja funkcji musi mieć następującą budowę:

nazwa_funkcji(lista_argumentów) := wyrażenie zawierające argumenty

a więc musimy:

- wymyślić **nazwę** dla nowej funkcji,
- po nazwie obowiązkowo muszą wystąpić **nawiasy okrągłe**
- a nawiasach umieszczamy **argumenty formalne** czyli nazwy zmiennych od których wartość funkcji zależy, pooddzielane od siebie przecinkami,
- dalej wpisujemy **znak podstawiania** (dwukropek na klawiaturze)
- a po jego prawej stronie podajemy przepis na obliczanie funkcji w postaci **wyrażenia** zawierającego **argumenty** te same co po lewej stronie.

Argumenty formalne w definicji funkcji nie muszą mieć żadnych wartości gdyż nie są używane do obliczania a jedynie do określenia sposobu obliczania, który będzie realizowany tyle razy ile razy funkcję **wywołamy** to znaczy użyjemy w wyrażeniach lub jako wyrażenie. Natomiast przy każdym wywołaniu, **parametry** zwane wtedy **aktualnymi** muszą mieć konkretne wartości, niezależnie od tego czy oznaczone są takimi samymi czy innymi nazwami zmiennych a w szczególności mogą one być dowolnymi wyrażeniami o określonej wartości.

Zdefiniujmy funkcje "kwadrat plus jeden" i niech nazywa się "kwp1":

$$kwp1(x) := x \cdot x + 1$$

Jak widać Mathcad nie sygnalizuje ze x nie zdefiniowano wcześniej ponieważ definicja funkcji (inaczej niż definicje zmiennych) pozwala stosować po prawej stronie zmienne dotychczas niezdefiniowane ale tylko te które po lewej stronie zostały zapisane w nawiasie po nazwie funkcji czyli zadeklarowane jako argumenty funkcji. A wiec gdybyśmy napisali:

$$fp(z) := z + x$$

to Mathcad sygnalizuje ze w tym przypadku zmiennej **x** nie nadano wartości w definicji zmiennej ani nie zadeklarowano tej zmiennej jako argumentu funkcji fp(z).

Aby zastosować funkcje `kwp1` (która już została zdefiniowana) wystarczy używać jej **nazwy** i za nią obowiązkowo **nawiasu** w którym zamiast ***argumentów formalnych*** będą ***argumenty aktualne*** czyli liczby lub wyrażenia posiadające konkretne bo nadane wcześniej w tym dokumencie wartości.

Oto przykłady użycia zdefiniowanej powyżej funkcji `kwp1(x)`:

a) zamiast x użyto 5:

$$kwp1(5) = 26$$

b) zamiast x wystąpiło wyrażenie ze zdefiniowaną wcześniej zmienną ***a***:

$$a := 7$$

$$kwp1(2 \cdot a - 1.5) = 157.25$$

c) funkcję wywołano dwukrotnie w wyrażeniu wyznaczającym wartość zmiennej q:

$$q := \frac{kwp1(3)}{18.4 + kwp1(4.7325)}$$

$$q = 0.239$$

Można w Mathcadzie definiować funkcje wielu zmiennych np.:

$$g(x, y, z) := 2 \cdot x \cdot \sqrt{y} + 18 \cdot z$$

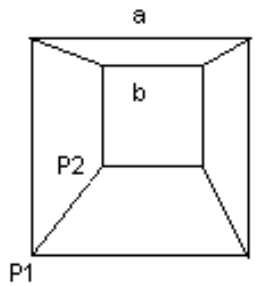
Wydaj polecenie Mathcadowi aby wyznaczył wartości tej funkcji dla:

2, 9, 1 oraz dla: 2.51, 12.89, 45.7

5.2. Zadania

a) Napisz funkcję, która oblicza długość odcinka na płaszczyźnie jeśli dane są współrzędne punktu początkowego i końcowego. Zastosuj do obliczenia długości boków trójkąta gdy dane są jego wierzchołki: A, B, C

b) Dany jest kwadrat o boku **a** i dolnym lewym wierzchołku **P1** oraz kwadrat o boku **b** i dolnym lewym wierzchołku **P2** – jak na rysunku poniżej. Napisać funkcję obliczającą pole trapezu i zastosować dla obliczania czterech trapezów które powstały.



Rys. 12. Obliczamy pola trapezów

6. Zmienne zakresowe i indeksowane. Tabelaryzacja funkcji

6.1. Definiowanie ciągów arytmetycznych czyli "zmiennych zakresowych"

Do zmiennej można podstawić ciąg wartości typu "postęp arytmetyczny". Taka zmienna to **"zmienna zakresowa"**.

Definicja zmiennej zakresowej ma następującą składnię:

zmienna	**:=**	**pierwszy element ciągu**	**,**	**drugi element ciągu**	**..**	**ostatni element ciągu**

Mathcad wyznaczy przyrost (różnicę) między drugim a pierwszym elementem ciągu i zastosuje do generowania kolejnych elementów. Na przykład:

$$x := 0.2, 0.4 .. 0.9 \qquad x = \begin{array}{|c|}\hline 0.2 \\ \hline 0.4 \\ \hline 0.6 \\ \hline 0.8 \\ \hline \end{array}$$

Jak widać końcowa wartość 0.9 nie została osiągnięta gdyż czwarte dodanie przyrostu 0.2 wygenerowałoby wartość większą niż 0.9

<u>UWAGI:</u>

A. Symbolu [**..**] **nie wolno wpisywać przy pomocy kropek** ale należy użyć klawisza [;] lub przycisku [m..n] z palety "Matrix". A więc przy wpisywaniu z klawiatury lepiej zapamiętać taką definicję:

zmienna	**:**	**pierwszy element ciągu**	**,**	**drugi element ciągu**	**;**	**ostatni element ciągu**

B. można pominąć drugi element ciągu jeśli przyrost ma być równy **1**

C. podana definicja jest jedynym sposobem definiowania zmiennej zakresowej natomiast **nie da się zdefiniować nowej zmiennej zakresowej przy użyciu już zdefiniowanej**. Na przykład mamy ciąg liczb parzystych: **p := 0, 2 .. 6**
i spróbujemy na podstawie **p** zdefiniować ciąg liczb nieparzystych **n**, to skończy się to jedynie komunikatem o błędzie:

$$p := 0, 2 .. 6 \qquad p = \begin{array}{|c|}\hline 0 \\ \hline 2 \\ \hline 4 \\ \hline 6 \\ \hline \end{array}$$

n := p + 1

Illegal context. Press F1 for Help.

W takim przypadku trzeba użyć zmiennej indeksowanej, co pokazano dalej.

D. Zmienna zakresowa może być używana tylko w dwu rolach:
   1) jako **indeks** czyli numer elementu wektora lub macierzy i oczywiście musi wtedy być ciągiem liczb naturalnych.

2) jako **argument funkcji** i może wtedy być dowolnym ciągiem arytmetycznym o przyroście rzeczywistym (dodatnim lub ujemnym)

6.1.1. Zmienne zakresowe jako indeksy wektorów i macierzy.

Prawidłowe rozwiązanie zadania generowania ciągu liczb nieparzystych można zrealizować używając zmiennej indeksowanej następująco:

Zadanie: wygenerować ciąg 5-ciu kolejnych liczb nieparzystych

Dane: Ilość liczb: $N := 5$

Indeks: $i := 1..N$ Ciąg: $C_i := 2 \cdot i - 1$

$i =$

1
2
3
4
5

$C_i =$

1
3
5
7
9

$$C = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \\ 5 \\ 7 \\ 9 \end{pmatrix}$$

$C_0 = 0$

$C_1 = 1$

$C_5 = 9$

$\text{length}(C) = 6$

$\text{ORIGIN} = 0$

Indeks "i" zdefiniowano aby mieć dostęp do poszczególnych elementów wektora. Natomiast sam fakt powstania wektora spowodował ponumerowanie jego elementów (a więc także powstanie indeksów) i jak widać powstał także element o numerze zero ponieważ wartość zmiennej systemowej ***ORIGIN*** ustawia numerowanie elementów wektora od zera.

Funkcja ***length(wektor)*** podaje liczbę składowych wektora.

Jeśli teraz zdefiniujemy inne zmienne zakresowe "j" oraz "k" aby użyć je w roli indeksów wybierających elementy tego samego wektora C to możemy uzyskać następujące rezultaty:

$N = 5$ $j := 0, 2..N$ $j =$

0
2
4

$C_j =$

0
3
7

$k := 0..6$ $C_k =$

Value of subscript or superscript is too big (or too small) for this array.

Jak widać sygnalizowany jest błąd przekroczenia dopuszczalnej wartości wskaźnika lub inaczej mówiąc błąd odwoływania się do nieistniejącego elementu wektora.

6.1.2. Zmienne zakresowe jako argumenty funkcji. Tabelaryzacja

Jeśli chcemy wygenerować tabelę wartości pewnej funkcji na przykład **$y=3x^2-1$** dla danego ciągu wartości **x** to musimy zrobić to zgodnie z regułami Mathcad'a dotyczącymi zmiennych zakresowych oraz funkcji bo podanego tu zapisu Mathcad nie przyjmie i zasygnalizuje błąd:

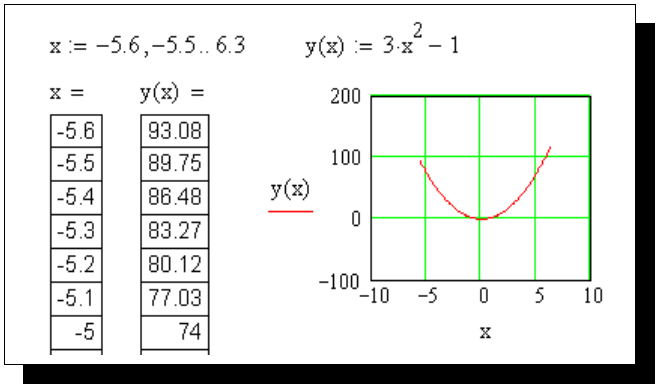
$x := -5.6, -5.5..6.3$

$y := 3 \cdot x^2 - 1$

Illegal context. Press F1 for Help.

Rys. 13. To nie jest poprawna definicja funkcji

Błąd ten wynika ze złamania zasady określonej powyżej uwagą **D** ponieważ nową zmienną zakresową **y** próbowano zdefiniować na podstawie zmiennej zakresowej **x**. Aby **zdefiniować funkcję** a nie zmienną musimy pamiętać, że po lewej stronie po **nazwie funkcji musi wystąpić nawias a w nim argumenty funkcji** czyli w naszym przypadku **y(x)**:



Rys. 14. Tabela i wykres funkcji

6.2. Ćwiczenia

6.2.1. Przykład

Objaśnienia na przykładzie: Aby zdefiniować ciąg a - kwadratów liczb nieparzystych od 1 do 11 najpierw trzeba zdefiniować indeks (wskaźnik) elementów ciągu (jako zmienną zakresową):

wpisz: **i:0;5** (na ekranie pojawi się: **i : = 0 .. 5**)

Aby wpisać indeks można poprzedzać go nawiasem prostokątnym otwierającym np: **a[i** lub kliknąć odpowiedni przycisk na palecie macierzowej. Wpisz:

$$a_i := 2 \cdot (i + 1) - 1$$

$a_i =$ **a =**

Uwaga: domyślnie elementy wektorów numerowane są od **ZERA**. Można to zmienić zmieniając z menu MATH wartość zmiennej **ORIGIN** na 1

6.2.2. Zadania

a) **Z**definiuj indeks j oraz ciąg : b_j sześcianów liczb parzystych od 2 do 14

b) Zdefiniuj ciąg c_i o z góry zadanych wartościach: **5, 13.5, -2, 0.5, 11, 856.2** - tak właśnie je wpisując po znaku podstawiania.

Każdy ciąg jest zarazem wektorem co można sprawdzić wpisując np.:

a= oraz **b**=

Można też wyświetlić wartość tylko jednego elementu na przykład:

$a_3 =$

c) Zdefiniuj zmienne:

i - ma się zmieniać od zera do 9 co 1
j - ma przyjmować wartości nieparzyste od 1 do 15
p - ma się zmieniać od (-7,4) do 8,2 co 0,2

(Pamiętaj o kropce dziesiętnej) Wyświetl wartości tych zmiennych:

i = j = p =

Wygeneruj tabelę wartości oraz wykres funkcji:
a) $\sin^2 x + \cos 2x$ dla x= -3,5; -3,4; 7,8
b) wartość bezwzględna z $\sin 2x + \cos^2 x$

7. Wektory i macierze

7.1. Wybrane operacje

Do wpisywania macierzy oraz operacji na nich masz przyciski na palecie macierzowej:

Ważniejsze przyciski palety macierzowej		
1	[:::]	macierz lub wektor
2	x_n	indeks elementu macierzy
3	x^{-1}	odwracanie macierzy
4	$\lvert x \rvert$	wyznacznik macierzy
5	$\overrightarrow{f(M)}$	operacja na elementach
6	$M^{<>}$	kolumna z macierzy
7	M^T	transponowanie macierzy
8	m..n	symbol zakresu "do ..."
9	$\vec{u} \cdot \vec{v}$	iloczyn skalarny
10	$\vec{u} \times \vec{v}$	iloczyn wektorowy

Pierwszy przycisk służy do wprowadzenia macierzy lub wektora z klawiatury. Po jego kliknięciu pojawi się okno dialogowe w którym trzeba podać liczbę wierszy (rows) i kolumn (columns) nowej macierzy. Po zatwierdzeniu pojawi się pusta macierz której zawartość trzeba wpisać. Elementami macierzy mogą być nie tylko liczby ale także wyrażenia typu liczbowego oraz stałe lub zmienne typu tekstowego (string). W jednej macierzy mogą występować elementy różnych typów:

$$x := \text{"as"} \qquad a := 7.5 \qquad y := \sqrt{a^3 + 1}$$

$$s := \begin{pmatrix} \text{"Ala"} & x & 5 \\ 2 \cdot y + a & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \qquad s = \begin{pmatrix} \text{"Ala"} & \text{"as"} & 5 \\ 48.628 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

Rys. 15. Przykładowa macierz o elementach różnych typów

Użycie zmiennych indeksowanych daje dostęp do pojedynczych elementów macierzy, którym można nadawać wartości a także wyświetlać je i zmieniać. Należy pamiętać, że początkowa wartość indeksu zależy od zmiennej **ORIGIN** która **domyślnie wynosi zero**, a więc kolumny i wiersze numerowane są od zera, dlatego w macierzy o wymiarach ***n*** x ***n*** ostatni wiersz i kolumna mają numer ***(n-1)*** a nie ***n***:

$$\text{ORIGIN} = 0 \qquad s_{2,1} = 8 \qquad \boxed{s_{3,3} = \blacksquare}$$

$$s_{0,0} = \text{"Ala"} \qquad s_{0,1} = \text{"as"}$$

Value of subscript or superscript is too big (or too small) for this array.

Rys. 16. Sprawdzenie wartości zmiennej ORIGIN i wybranych elementów macierzy

Wartość zmiennej ORIGIN można zmienić na jeden albo z menu Math albo przez podstawienie globalne jak to pokazano poniżej. Przy okazji pokazano operacje **transponowania** macierzy oraz **wybierania pojedynczych kolumn**:

$$ORIGIN \equiv 1 \qquad A1 := \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 6 & 3 \\ 9 & -5 \end{pmatrix} \quad A1^{\langle 1 \rangle} = \begin{pmatrix} -1 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix} \quad A1^{\langle 2 \rangle} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -5 \end{pmatrix} \quad A1^{T} = \begin{pmatrix} -1 & 6 & 9 \\ 2 & 3 & -5 \end{pmatrix}$$

Rys. 17. Zmiana ORIGIN. Wybieranie kolumn. Transponowanie macierzy

Bez dokonania zmiany wartości ORIGIN musielibyśmy wybierać kolumny numerując je od zera.

7.2. Układ równań liniowych

Rozwiązywanie układu N równań liniowych z N niewiadomymi - metodą odwracania macierzy objaśnimy najpierw na przykładzie 3 równań:
Załóżmy, że mamy rozwiązać układ trzech równań (z trzema niewiadomymi):

2x - 6y = 8.56z
-5y + z = 0
x + y +z = 15.5

7.2.1. Opis podstaw matematycznych metody (zbędnych dla Mathcad'a):

Trzeba najpierw układ równań doprowadzić do regularnej postaci m.in zastępując dotychczasowe nazwy zmiennych nazwami x1, x2, x3 ... , wstawiając współczynniki zerowe tam gdzie brak niewiadomej i pozostawiając po prawej tylko "wyrazy wolne" :

a11*x1 + a12*x2 + a13*x3 = c1
a21*x1 + a22*x2 + a23*x3 = c2
a31*x1 + a32*x2 + a33*x3 = c3

W naszym przypadku, po zastąpieniu nazw x, y, z nazwami x1, x2, x3:

2*x1 - 6*x2 - 8.56*x3 = 0
0*x1 - 5*x2 + 1*x3 = 0
1*x1 + 1*x2 + 1*x3 = 15.5

po wprowadzeniu oznaczeń dla wektorów i macierzy:

$$a = \begin{bmatrix} a11 & a12 & a13 \\ a21 & a22 & a23 \\ a31 & a32 & a33 \end{bmatrix} \quad x = \begin{bmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \end{bmatrix} \quad c = \begin{bmatrix} c1 \\ c2 \\ c3 \end{bmatrix}$$

zapis macierzowy układu równań ma postać:

$$\boxed{a * x = c}$$

Układ ten rozwiązuje się przez lewostronne pomnożenie obu stron przez macierz odwrotną do **a**

$$\boxed{a^{-1} * a * x = a^{-1} * c}$$

ponieważ [$\mathbf{a^{-1} * a}$] to macierz jednostkowa więc:

$$\boxed{x = a^{-1} * c}$$

7.2.2. Rozwiązanie układu N równań liniowych w Mathcadzie

Niezależnie od liczby równań rozwiązanie układu N równań liniowych w Mathcadzie - składa się zawsze tylko z czterech wzorów. W naszym przypadku:

$$a := \begin{pmatrix} 2 & -6 & -8.56 \\ 0 & -5 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad c := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 15.5 \end{pmatrix}$$

$$x := a^{-1} \cdot c \qquad x = \begin{pmatrix} 12.441 \\ 0.51 \\ 2.549 \end{pmatrix}$$

Rys. 18. Cztery etapy rozwiązywania układu równań liniowych

Uwaga: Liczba -1 obok zmiennej tablicowej to NIE wykładnik potęgi lecz operacja odwracania macierzy.

Oto kolejny przykład:

DANE:

$$a := \begin{bmatrix} 2 & -3 & 1 & 7 & 3 & 1 & 5 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 12 & -5 & 3 & 1 & -7 & -2 \\ -1 & 3 & 0 & 2 & 5 & 3 & 1 & 4 \\ 6 & 0 & 1 & -4 & 5 & -2 & 1 & 3 \\ -5 & 0 & 3 & 2 & 1 & -3 & -5 & 0 \\ 6 & 2 & 3 & 5 & 8 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 9 & 0 \\ 0 & -3 & 2 & 4 & 5 & 6 & 7 & 5 \end{bmatrix} \qquad c := \begin{bmatrix} 60 \\ 40 \\ -10 \\ 25 \\ 5 \\ 12 \\ 34 \\ 56 \end{bmatrix}$$

ROZWIĄZANIE:

$$x := a^{-1} \cdot c$$

$$x = \begin{bmatrix} 4.872 \\ 28.758 \\ 31.561 \\ 16.726 \\ -48.503 \\ -41.561 \\ 34.991 \\ 51.838 \end{bmatrix}$$

8. Równania i nierówności

8.1. Pierwiastki wielomianu

Pierwiastki wielomianu w(x), (zwane też miejscami zerowymi wielomianu) to nic innego jak rozwiązanie równania:

$$w(x)=0$$

Na wykresie y = w(x) pierwiastki te można odczytać jako wartości x w punktach w których y=0 czyli w których wykres przecina oś x.

Starsze wersje Mathcad'a dysponują funkcją **root** pozwalająca wyznaczyć pojedynczy pierwiastek wielomianu. W nowych wersjach funkcja **polyroots** wyznacza wszystkie pierwiastki.

Niech przykładowy wielomian ma postać: $\mathbf{x^3 - 10x + 2}$

Szukamy więc rozwiązań równania: $\mathbf{x^3 - 10x + 2 = 0}$ a do tego w Mathcadzie wystarczą nam dwie operacje:

1) Zdefiniowanie wektora ***(n+1)*** współczynników wielomianu jeśli wielomian jest stopnia ***n***.

Wektor współczynników musi rozpoczynać się od wyrazu wolnego i nie można pominąć współczynników zerowych. A więc dla naszego przykładu będzie to wektor **v**:

$$v := \begin{bmatrix} 2 \\ -10 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

2) Użycie funkcji ***polyroots(v)*** , która wyznaczy szukane pierwiastki na podstawie podanej nazwy wektora współczynników (w naszym przypadku **v).**

Można polecić Mathcadowi aby jedynie wyświetlił pierwiastki (jako rezultaty tej funkcji):

Lub wcześniej dokonać podstawienia do zmiennej (na przykład **r**)

$$r := \text{polyroots}(v)$$

i zmienić wektor kolumnowy na wierszowy przez użycie operacji transponowania:

$$r^T = \begin{bmatrix} -3.258 & 0.201 & 3.057 \end{bmatrix}$$

Dla wizualnego sprawdzenia sporządzimy jeszcze wykres:

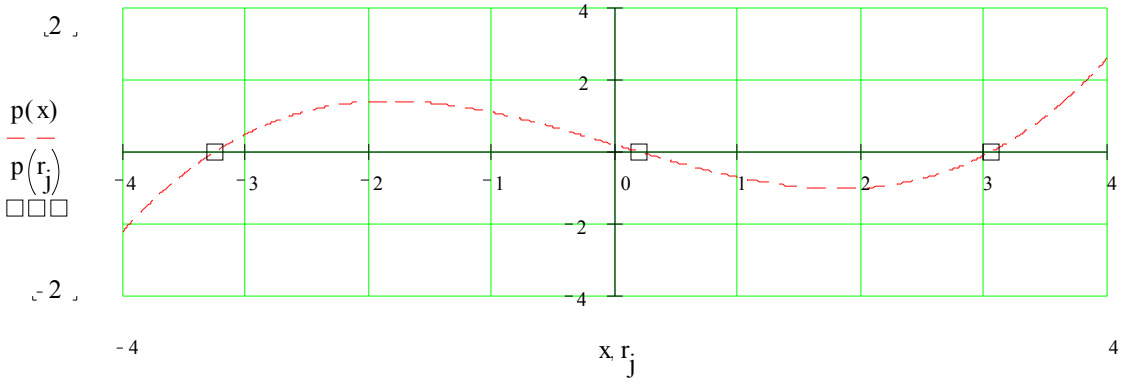
W tym celu definiujemy wielomian jako funkcję **p(x)**, oraz definiujemy ciąg argumentu **x** oraz ciąg **j** - indeksów pierwiastków:

$$p(x) := x^3 - 10 \cdot x + 2$$

$$x := -4, -3.99 .. 4 \qquad j := 0, 1 .. 2$$

W jednym układzie współrzędnych umieszczamy dwa wykresy: wykres wielomianu i wykres punktów obrazujących pierwiastki. Wpisując przy osi y ich wzory oddzielamy je przecinkiem.

Następnie po podwójnym kliknięciu wykresu i zgłoszeniu się okna FORMATOWANIA ustalamy dla drugiego przebiegu (Trace2) postać punktową (Points) zamiast linii (Lines).



Rys. 19. Wykres wielomianu i jego pierwiastków

8.2. Układ równań i nierówności

Zapamiętaj: Aby w Mathcadzie rozwiązać dowolny układ równań i nierówności nieliniowych wystarczy wykonać **4 kroki**:

- Podstawić dane oraz dla szukanych zmiennych podstawić wartości startowe.
- Wpisać słowo kluczowe: **given**
- Wpisać układ równań i nierówności **stosując specjalny "wytłuszczony" znak "="**
- Zastosoawć funcję FIND do znalezienia szukanych rozwiązań

Przykład:
Wyznaczyć punkt wspólny okręgu i prostej, spełniający warunek x > a:
Wartości startowe:

$$x := -1$$
$$y := 1$$
$$a := 2$$

Układ należy poprzedzić słowem kluczowym **Given**:

Given

$x^2 + y^2 = 6$	okrąg
$x + y = 2$	prosta
$x > a$	warunek (nierówność)

Rozwiązanie otrzymujemy dzięki użyciu funkcji FIND:

$$\begin{bmatrix} x1 \\ y1 \end{bmatrix} := \mathrm{Find}(x, y)$$

$$x1 = 2.4142356$$
$$y1 = -0.4142356$$

8.3. Zadania

a) Dla paraboli y = -x2 + 5 oraz prostej y = x wyznaczyć punkt przecięcia leżący w pierwszej ćwiartce układu współrzędnych

b) Wyznaczyć kąt X z pierwszej ćwiartki (0-90 stopni) dla którego sin2X=cosX

9. Wykresy

9.1. Rodzaje wykresów w Mathcadzie

Poniżej zamieszczono tylko ogólne informacje dotyczące trzeciego z omawianych typów regionów a mianowicie różnego rodzaju wykresów. Szczegóły dotyczące praktycznego użytkowania niektórych z nich opisano w oddzielnym rozdziale.
Do wstawiania wykresów służy pasek przycisków Graph. Jego włączanie opisano w 1.4.

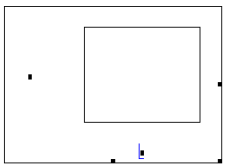
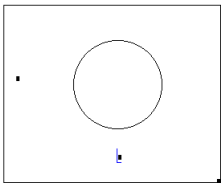
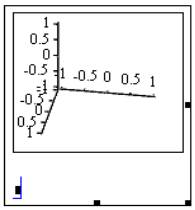
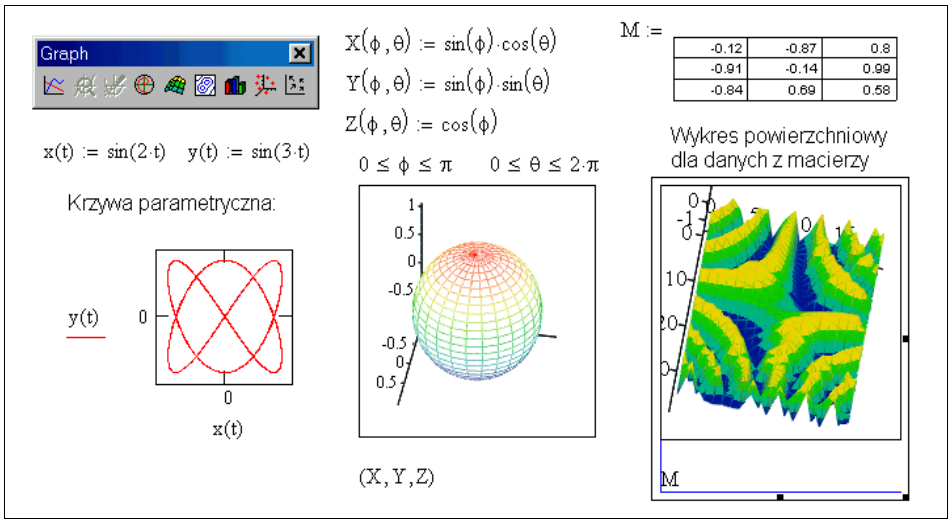
Typ wykresu	X-Y plot	Polar plot (biegunowy R, φ)	wykresy trójwymiarowe
Wygląd po wstawieniu:			

Tabela 7: Typy wykresów

Mamy do dyspozycji 2 rodzaje wykresów dwuwymiarowych (X-Y i biegunowy) oraz 5 wariantów wykresu trójwymiarowego:

- powierzchniowy (Surface Plot)
- warstwicowy (Contour Plot)
- słupkowy (3D Bar Plot)
- punktowy (3D Scatter Plot)
- pole wektorowe (Vector Field Plot)



Rys. 20. Przykłady wykresów

Wykresy dwuwymiarowe wymagają wpisania przy obu osiach zmiennych lub wyrażeń które są ciągami liczb lub funkcjami.

Wykresy trójwymiarowe mają tylko jeden znacznik dla wpisania nazwy macierzy lub trzech nazw funkcji oddzielonych przecinkami.

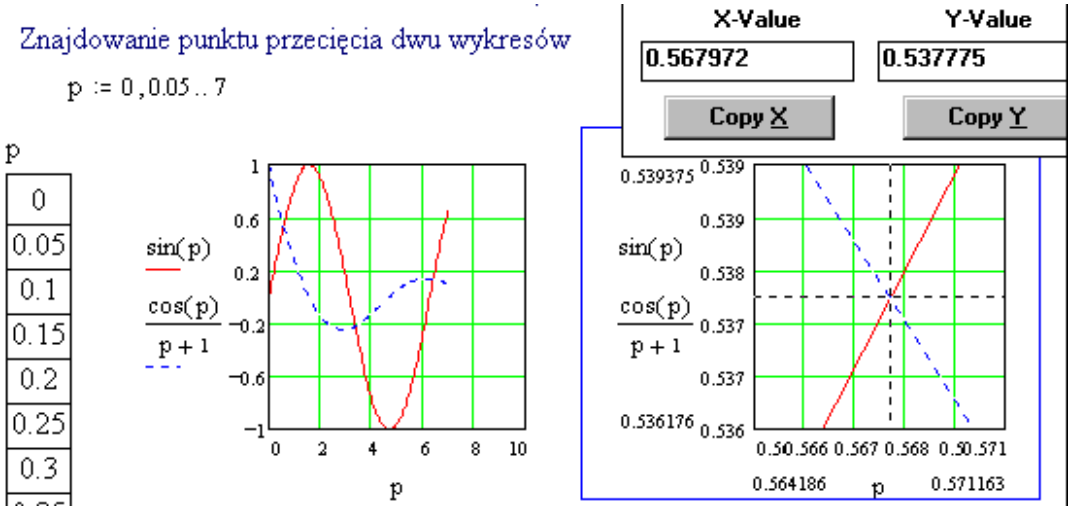
9.2. Formatowanie wykresu

Po podwójnym kliknięciu wykresu pojawi się okno dialogowe formatowania.

Siatka: włącz siatkę (GRID LINES), dla osi X i Y wyłącz Auto Grid i ustal po 10 działek i zaakceptuj OK

9.3. Odczytywanie informacji z wykresu. "*Zoom*" i "*Trace*"

ZOOM:z menu X-Y PLOT (gdy wykres kliknięto) wypróbuj opcję ZOOM - zaznacz myszką powiększany fragment wykresu zawierajacy punkt przecięcia wykresów.
TRACE: podobnie wypróbuj opcje TRACE - ŚLEDZENIE - wybierz kliknięciem punkt przecięcia wykresów i odczytaj jego współrzędne:



- po powiększeniu wróć do pierwotnego widoku - FULL VIEW
Zmiana typu i atrybutów wykresu: - po wybraniu zakładki TRACES dla sinusa (trace1) wybierz typ BARS - słupki zamiast LINES a dla cosinusa (trace2) wybierz linię ciągłą (Line - Solid) grubą (Weight = 5)

9.4. Wykres trójwymiarowy

Dwa przykłady wykresów trójwymiarowych pokazano już na rysunku 20. Teraz jeszcze jeden przykład jak można sporządzić wykres 3D w wersji 6 Mathcad'a.

Zdefiniujmy funkcję do obliczania sinusa z sumy kwadratów i nazywając ją na przykład "Miska":

$$\text{Miska}(p,q) := \sin(p^2 + q^2)$$

Umieszczenie **p** i **q** w nawiasach po nazwie funkcji - sygnalizuje, że są to parametry formalne użyte tylko do zdefiniowania funkcji i nie muszą mieć określonych wartości.
Definiujemy zakresy wskaźników i ciągi wartości, które użyjemy jako argumenty tej funkcji:

$$N := 20 \qquad i := 0 .. N \qquad j := 0 .. N$$

$$x_i := -1.5 + 0.15 \cdot i \qquad y_j := -1.5 + 0.15 \cdot j$$

Wartości dla wykresu trójwymiarowego muszą być umieszczone w macierzy:

$$M_{i,j} := Miska(x_i, y_j)$$

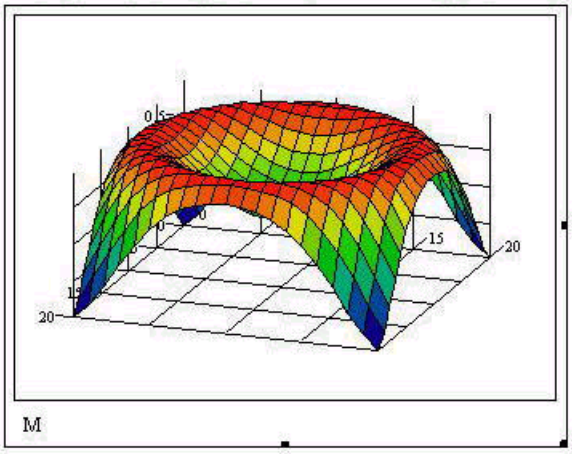
Możemy dla kontroli wyświetlić wartości tej macierzy choć nie jest to dla wykresu potrzebne:

M =

	0	1	2	3	4	5	6	7
0	-0.978	-0.978	-0.978	-0.978	-0.978	-0.978	-0.978	-0.978
1	-0.802	-0.802	-0.802	-0.802	-0.802	-0.802	-0.802	-0.802
2	-0.521	-0.521	-0.521	-0.521	-0.521	-0.521	-0.521	-0.521
3	-0.209	-0.209	-0.209	-0.209	-0.209	-0.209	-0.209	-0.209
4	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082
5	0.323	0.323	0.323	0.323	0.323	0.323	0.323	0.323
6	0.507	0.507	0.507	0.507	0.507	0.507	0.507	0.507
7	0.636	0.636	0.636	0.636	0.636	0.636	0.636	0.636
8	0.718	0.718	0.718	0.718	0.718	0.718	0.718	0.718
9	0.764	0.764	0.764	0.764	0.764	0.764	0.764	0.764
10	0.778	0.778	0.778	0.778	0.778	0.778	0.778	0.778
11	0.764	0.764	0.764	0.764	0.764	0.764	0.764	0.764
12	0.718	0.718	0.718	0.718	0.718	0.718	0.718	0.718
13	0.636	0.636	0.636	0.636	0.636	0.636	0.636	0.636

Mathcad nie wyświetli na ogół całej macierzy ale po kliknięciu wewnątrz pojawią się paski przewijania.

A teraz wstawiamy wykres trójwymiarowy (wybrany z palety przycisków) i w jedynym znaczniku tego wykresu wpisujemy nazwę macierzy. Następnie - po podwójnym kliknięciu wykresu formatujemy go ustalając typ powierzchniowy (Surface plot) i użycie kolorów.



Spis treści

1. Ogólna charakterystyka Mathcad'a 1
1.1. Uruchamianie Mathcad'a 2
1.2. Elementy ekranu Mathcad'a 2
1.3. Kursory 4
1.4. Klawiatura 4
1.5. Dokument i jego składowe - regiony 4
2. Podstawy tworzenia dokumentów w Mathcadzie 5
2.1. Podstawowe zasady 5
2.2. Przykład opracowania prostego dokumentu. 6
2.3. Edycja regionów 8
3. Regiony tekstowe. 9
3.1. Wprowadzanie tekstu 9
3.2. Wprowadzanie polskich liter 9
3.3. Formatowanie akapitów i czcionek 10
3.4. Zadania 10
3.4.1.Polskie litery 10
3.4.2.Akapity (paragrafy) i wyrównywanie tekstu na stronie 10
4. Typy regionów matematycznych i ich podstawowe elementy 10
4.1. Podstawowe typy regionów matematycznych 11
4.2. Symbole matematyczne. Wprowadzanie symboli z klawiatury 11
4.3. Stałe liczbowe, wektory, macierze 13
4.4. Stałe i zmienne wbudowane. 13
4.5. Wybrane funkcje Mathcad'a 14
4.5.1.Funkcje trygonometryczne i odwrotne do nich (cyklometryczne) 14
4.5.2.Funkcje wykładnicze i logarytmiczne 14
4.5.3.Funkcje zaokrąglenia 14
4.5.4.Funkcje do rozwiązywania równań 14
4.5.5.Funkcje warunkowe 15
4.5.6.Funkcje do operowania na plikach dyskowych 15
4.6. Nieco więcej funkcji Mathcad'a 15
4.6.1.Funkcje impulsowe 15
4.6.2.Transformata Fouriera 15
4.6.3.Podstawowe funkcje statystyczne 15
4.6.4.Rozkłady prawdopodobieństwa 15
4.6.5.Funkcje tekstowe 16
4.7. Pisanie wyrażeń. 16
4.8. Wyświetlanie wartości wyrażeń i zmiennych 17
4.8.1.Precyzja wyników 17
4.8.2.Obliczenia kalkulatorowe – zadania 18
4.9. Zmienne 18
4.10. Lokalne i globalne definicje zmiennych 19
4.11. Fizyczne jednostki miar 20
4.12. Zadania 21
4.12.1.Jednostki miar, kolejność definicji 21
5. Funkcje użytkownika. 21
5.1. Definiowanie nowych funkcji 21
5.2. Zadania 22
6. Zmienne zakresowe i indeksowane. Tabelaryzacja funkcji 23

6.1. Definiowanie ciągów arytmetycznych czyli "zmiennych zakresowych".....23
6.1.1.Zmienne zakresowe jako indeksy wektorów i macierzy. 24
6.1.2.Zmienne zakresowe jako argumenty funkcji. Tabelaryzacja..... 24
6.2. Ćwiczenia.....25
6.2.1.Przykład.....25
6.2.2.Zadania..... 25
7. Wektory i macierze.....26
7.1. Wybrane operacje.....26
7.2. Układ równań liniowych.....27
7.2.1.Opis podstaw matematycznych metody (zbędnych dla Mathcad'a):.....27
7.2.2.Rozwiązanie układu N równań liniowych w Mathcadzie 28
8. Równania i nierówności.....29
8.1. Pierwiastki wielomianu.....29
8.2. Układ równań i nierówności.....30
8.3. Zadania.....30
9. Wykresy.....31
9.1. Rodzaje wykresów w Mathcadzie.....31
9.2. Formatowanie wykresu.....32
9.3. Odczytywanie informacji z wykresu. "Zoom" i "Trace".....32
9.4. Wykres trójwymiarowy.....32